



Universität für Bodenkultur Wien

# Anwendbarkeit des Benford-Gesetzes auf Bewegungsdaten von Wildtieren

## Masterarbeit

zur Erlangung des akademischen Grades Master of Science

im Rahmen des Studiums Wildtierökologie und  
Wildtiermanagement

Eingereicht von: Lasse PRÖGER  
Matrikelnummer: 11706675

Institut für Wildbiologie und Jagdwirtschaft (IWJ)  
Department für Integrative Biologie und Biodiversitätsforschung

Betreuer: Ao.Univ.Prof. Mag. Dr. Manfred Kühleitner  
Institut für Mathematik (MATH)  
Department für Integrative Biologie und Biodiversitätsforschung

Mitbetreuer: Univ.Prof. Dipl.-Biol. Dr.rer.nat. Klaus Hackländer,  
Paul Griesberger MSc.  
Institut für Wildbiologie und Jagdwirtschaft (IWJ)  
Department für Integrative Biologie und Biodiversitätsforschung

Wien, August 2021



## Inhaltsverzeichnis

Zusammenfassung.....	- 3 -
Abstract .....	- 4 -
Danksagung .....	- 5 -
1. Einleitung .....	- 6 -
2. Daten .....	- 16 -
2.1. Projektbeschreibung .....	- 16 -
2.2. Beschaffenheit der Daten.....	- 18 -
3. Methode .....	- 21 -
3.1. Lineare und logarithmische Skala.....	- 21 -
3.2. Benford-verteilte Zufallszahlen in Excel.....	- 22 -
3.3. Chi-Quadrat-Test.....	- 23 -
3.4. Konfidenzintervalle mit Binomialverteilung.....	- 24 -
3.5. Clopper-Pearson Konfidenzintervall.....	- 25 -
3.6. Ablauf der Berechnungen für einen konkreten Datensatz .....	- 26 -
3.7. Verteilung der Anfangsziffern von Teildatensätzen.....	- 37 -
3.8. Simulation Chi <sup>2</sup> -Test und Konfidenzintervalle der einzelnen Ziffern.....	- 38 -
3.9. Bewegungssimulation .....	- 44 -
4. Ergebnisse.....	- 46 -
4.1 Vollständige Rotwild-Datensätze .....	- 46 -
4.2 Datensätze nach 7-Tagesbasis gefiltert.....	- 51 -
5. Diskussion.....	- 59 -
Abbildungsverzeichnis .....	- 64 -
Tabellenverzeichnis.....	- 66 -
Formelverzeichnis .....	- 67 -
Literaturverzeichnis .....	- 68 -
Anhang.....	I
Eidesstattliche Erklärung.....	LXVIII

## **Zusammenfassung**

Mittlerweile ist bekannt, dass viele Datensätze annähernd dem Benford-Gesetz entsprechen. Das heißt, die Häufigkeiten der führenden Ziffern der Zahlen eines Datensatzes folgen einer logarithmischen Verteilung. So ist die 1 die häufigste und die 9 die seltenste Anfangsziffer. In der digitalen Betriebsprüfung findet dieses Gesetz heutzutage auch bei per Hand geschriebenen Fahrtenbüchern Anwendung. In dem Bereich der Wildbiologie gibt es bisher keine Untersuchungen auf das Benford-Gesetz. So führt das Beispiel der Fahrtenbücher zur Analyse von Bewegungsdaten von Wildtieren. In dieser Arbeit wird ein Rotwild-Telemetrie-Datensatz von 20 besenderten Individuen auf Benford-Verteilung untersucht. Konkret werden die Positionsänderungen, Distanzen zwischen aufeinander folgenden GPS-Signalen, mittels Chi<sup>2</sup>-Test geprüft. Die Ergebnisse unterstützen die Hypothese, dass die Daten von einer Benford-Verteilung stammen. D.h. die Hypothese wird mittels Chi-Quadrat Test nicht abgelehnt. Dies spiegelt sich auch in den hohen Chi<sup>2</sup>-Werten und der hohen Übereinstimmung der Zifferhäufigkeiten mit ihren Konfidenzintervallen wider. Da das Auftreten der Benford-Verteilung nicht selbstverständlich ist, sind diese Resultate umso bedeutsamer. Vielleicht kann diese Arbeit den Weg für weitere Benford-Analysen im Bereich der Wildbiologie ebnen.

**Stichwörter:** Benford-Gesetz; Chi<sup>2</sup>-Test; MS Excel; Bewegungsdaten; Rotwild

## **Abstract**

It is now known that many data sets nearly conform to Benford's law. That means, the first digits of numbers of a data set approximate to a logarithmic distribution. Thus the 1 is the most frequent and the 9 is the least frequent leading digit. In digital tax audits, this law is now also used in the case of handwritten driver's logbooks. So far there have been no studies in the field of wildlife biology concerning Benford's law. Thus, the example of logbooks leads to the analysis of movement data of wild animals. In this work a telemetry data set of 20 collared red deer is tested for Benford distribution. More precisely the changes of position, that is the distances between consecutive GPS signals, are investigated via  $\chi^2$  test. The results support the hypothesis of a Benford-distribution, i.e., the  $\chi^2$  test does not reject the hypothesis. This is reflected by the high  $\chi^2$  values as well as by the high conformity of the frequency of all digits with their confidence intervals. As the occurrence of the Benford distribution is not self-evident, these findings are a fortiori meaningful. Maybe this work can pave the way for more Benford analyses in the field of wildlife biology.

**Keywords:** Benford's law;  $\chi^2$  test; MS Excel; movement data; red deer

## **Danksagung**

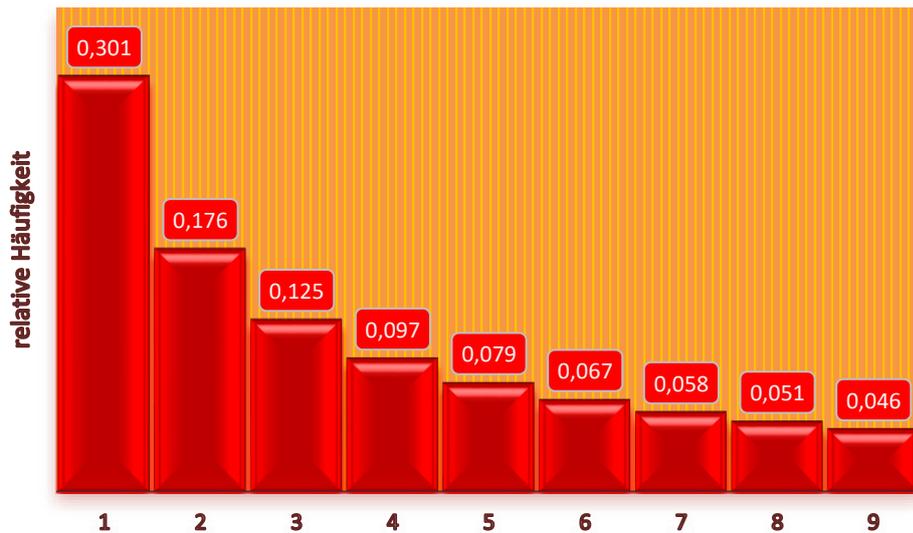
Hiermit möchte ich mich herzlich bei allen Personen bedanken, die mich während meines Studiums und im Zusammenhang mit dieser Arbeit unterstützt haben.

Größer Dank gebührt Herrn Ao.Univ.Prof. Mag. Dr. Manfred Kühleitner für die sehr gute Betreuung des Entstehungsprozesses dieser Arbeit, die konstruktive Kritik und Antwortbereitschaft bei Fragen, sowie das große Interesse am Erfolg meiner Arbeit. Für die fachliche Beurteilung der Fragestellungen und Methoden möchte ich außerdem Herrn Ao. Univ.Prof. Dr.phil. Norbert Brunner danken. Besonders möchte ich auch Herrn Univ.Prof. Dipl.-Biol. Dr.rer.nat. Klaus Hackländer für die Unterstützung des organisatorischen Teils meiner Masterarbeit und auch für die gute Unterstützung während des gesamten Studiums danken. Diese Arbeit wäre natürlich ohne den analysierten Datensatz nicht möglich gewesen. Deshalb möchte ich zudem Herrn Paul Griesberger MSc. und allen Projektpartner im Besonderen für die Bereitstellung der Telemetrie-Daten danken. Großer Dank geht in diesem Zusammenhang an Herrn Griesberger, der mir immer bereitwillig und ausführlich zu Fragen hinsichtlich der Daten und des Projektes Rede und Antwort stand.

Abschließend möchte ich mich noch herzlich bei meinen Eltern für ihre große Unterstützung außerhalb der Universität, sowie ihnen und meinen Freunden dafür bedanken, da sie mich im Alltag immer motiviert haben.

## 1. Einleitung

Das Benford-Gesetz (Benford's law), Newcomb-Benford-Gesetz, Benford-Verteilung oder auch Gesetz der ersten Ziffer, geht auf den amerikanischen Mathematiker und Astronom Simon Newcomb zurück. Dieser merkte beim Betrachten seiner Logarithmentafeln, dass die vorderen Seiten deutlich stärkere Gebrauchsspuren aufwiesen als die hinteren. Er folgerte daraus, dass in seiner Logarithmentafel häufiger Numeri mit führender Ziffer 1 nachgeschlagen wurden, als solche mit führender Ziffer 8 oder 9. (Hüngerbühler 2007) Diese Beobachtung brachte ihn zu folgender Formulierung: „The law of probability of the occurrence of numbers is such that all mantissae of their logarithms are equally probable.“ Daraus ergibt sich, dass die 1 die häufigste führende Ziffer ist und die Häufigkeiten der anderen Ziffern bis zur 9 abnehmen. (Newcomb 1881) Newcombs Artikel geriet nach seinem Erscheinen zunächst in Vergessenheit. Aber im Jahre 1938 gelangte der amerikanische Physiker Frank Benford zu derselben Schlussfolgerung wie Newcomb ein gutes halbes Jahrhundert vor ihm. Anders als Newcomb konnte Benford seine Beobachtung, und somit auch das heute nach ihm benannte Gesetz, anhand von insgesamt 20.229 gesammelten Datensätzen belegen. (Hüngerbühler 2007) Darunter befanden sich beispielsweise Daten zu Entwässerungsgebieten von Flüssen, Bevölkerungszahlen und Atom-Gewichten. Die Analyse dieser Daten zeigte, dass sich die Datensätze gut an die Benford-Verteilung annähern. Diese Annäherung war noch stärker, als Benford alle Daten als Ganzes untersuchte. Für die führende Ziffer 1 beobachtete er so eine Häufigkeit von 0.306. Diese ähnelt dem Zehnerlogarithmus von 2 (0,301). Bei der 2 als führende Ziffer war die Häufigkeit 0.185, welche etwas größer ist als der Logarithmus von  $3/2$  (0,176). Auf diese Weise lassen sich alle anderen Häufigkeiten berechnen. So setzt Benford schließlich die beobachtete Häufigkeit 0.047 der 9 mit  $\log(10/9)$  bzw. 0.046 in Bezug. Die Abbildung 1 zeigt die Häufigkeiten der Benford-Verteilung der Ziffern 1 bis 9.



**Abb. 1** Graphische Darstellung der Häufigkeiten der Anfangsziffern 1-9 nach der Benford-Verteilung (eigene Darstellung in Excel).

Von manchen Autoren wird auch, über die führende Ziffer hinausgehend, die Häufigkeitsverteilung anderer Anfangszahlen, z.B. 10, 31 usw. beschrieben (vgl. Hüngrbühler 2007, Hartmann&Brinkert 2018). Im Folgenden ist aber nur die führende Ziffer von Interesse. In dieser Arbeit ist immer der dekadische Logarithmus gemeint, wenn von Logarithmus (log) die Rede ist. Benford gab konkret an, dass die Ziffern einer logarithmischen Verteilung folgen, wenn die Zahlen aus vier oder mehr Ziffern bestehen. (Benford 1938) Diaconis und Freedman äußerten auf die Arbeit von Benford die Kritik, er habe zumindest einen Teil der Zahlen geschönt. Doch Hill stellte später fest, dass sich selbst die nicht manipulierten Daten der beschriebenen Gesetzmäßigkeit annäherten. Dabei muss vor allem im Hinblick auf die Ziffernanalyse nochmals betont werden, dass sich die Benford-Verteilung nicht auf die absolute Größe einer Zahl bezieht, sondern lediglich auf eine Stelle (Ziffer) innerhalb dieser Zahl. Bei einer Untersuchung der führenden Ziffer unterscheidet die Verteilung also beispielsweise nicht zwischen 20 und 200.000. Die erste Ziffer ist zudem, unabhängig von ihrem Wert, immer die erste Stelle von links. Identische Ziffern sind also absolut gleichwertig, unabhängig davon, ob sie den Rang einer Zehner-, Hunderter- oder Tausenderstelle einnehmen. (Brähler et al. 2011) Hüngrbühler und Brähler et al. geben außerdem an, dass die Benford-Verteilung sowohl skaleninvariant als auch basenunabhängig ist (Hüngrbühler 2007, Brähler et al. 2011). Skaleninvarianz

bedeutet, dass wenn die Daten eines Benford-verteilten Datensatzes alle in eine andere Maßeinheit umgerechnet oder mit einer Konstanten multipliziert werden, dann sind sie danach weiterhin Benford-verteilt. Das Benfordsche Gesetz ist zudem das einzige skaleninvariante Verteilungsgesetz. Aus dieser Skaleninvarianz leitete Hill im Jahre 1995 die sog. Baseninvarianz ( $\triangleq$ basenunabhängig) ab. Baseninvarianz bedeutet hier, dass eine Umrechnung des zu untersuchenden Datensatzes in ein anderes Zahlensystem für die Gültigkeit des Benford-Gesetzes irrelevant ist. So kann eine Umrechnung beispielsweise in ein Zahlensystem mit der Basis 5 durchgeführt werden, ohne die Gültigkeit des Gesetzes zu verletzen. Außerdem behält Benford's Gesetz unverändert seine Gültigkeit, nachdem mathematische Operationen auf mehrere Datensätze angewendet wurden. Diese können, sofern sie dem Benford-Gesetz entsprechen, potenziert, multipliziert oder dividiert, sowie addiert und subtrahiert werden. Im Ergebnis führt dies zu einem neuen Datensatz, der ebenfalls Benford-verteilt ist. (Brähler et al. 2011) Das Benford-Gesetz ist allerdings nicht universell anwendbar. So beginnen Mobiltelefon-Nummern z.B. in der Regel mit einer 0 (etwa 0664 usw.), was beim Benford-Gesetz gar nicht vorgesehen ist. (Kühleitner&Brunner 2010) Weitere nicht Benford-taugliche Daten sind zugeordnete Zahlen wie Bestellnummern, psychologisch beeinflusste Zahlen wie Preise im Lebensmitteleinzelhandel (Güttler et al. 2012) oder zugewiesene Zahlen wie Postleitzahlen (Schüpfer et al. 2012). Für die Anwendbarkeit der Benford-Verteilung werden in der Literatur mehrere Kriterien an die Beschaffenheit bzw. den Ursprung der zu analysierenden Daten genannt. Laut Dorneich (2009) muss jeder Zahlenwert in einer betrachteten Wertemenge dieselbe Größe (z.B. den Preis, das Gewicht, die Anzahl, die Dauer, das Volumen) eines Dinges oder Individuums aus einer Menge gleichartiger Dinge oder Individuen beschreiben. Es sollte zudem weder eine fest vorgegebene Werteobergrenze noch eine –untergrenze geben. Die Werte dürfen keine nach einem bestimmten Schema künstlich zugewiesenen Werte, wie etwa Kunden- oder Artikelnummern darstellen. Zusätzlich zu diesen genannten Bedingungen nennen Brähler et al. noch ein paar weitere. Als erstes darf ein Datensatz keinen Manipulationen ausgesetzt gewesen sein. Die untersuchten Daten sollten entweder aus dem vollständigen Datensatz oder einer zufällig ausgewählten Stichprobe bestehen, da spezielle Auswahlverfahren die Ziffernverteilung verzerren können. Die Annäherung an die Benford-Verteilung korreliert mit der Größe des Daten- und Stichprobenumfangs, weshalb letzterer möglichst groß sein sollte. Die Rohdaten

eines Datensatzes sollten zudem keine statistischen Größen wie etwa Mittelwert oder Varianz enthalten, da diese selbst aus anderen Rohdaten abgeleitet wurden. Diese unterliegen wiederum bestimmten Verteilungen und können zu falschen Ergebnissen führen. Selbstverständlich sollten die Rohdaten stets in denselben Maßeinheiten (Euro, Kilometer, ...) erfasst werden. Zusätzlich zu Minima und Maxima sollten die Daten auch nicht aufgrund von psychologischen Schwellenwerten oder Barrieren eingeschränkt sein. Schließlich sollten die Datensätze mehr kleine als große Zahlen enthalten, was Ausdruck des natürlichen Entstehungsprozesses wäre, da es beispielsweise naturgemäß auch „mehr Teiche als Ozeane gibt.“ (Brähler et al. 2011)

Mittlerweile ist das Benford-Gesetz zu einer häufig erforschten Form der Verteilung geworden. Um die Relevanz dieses Gesetzes zu verdeutlichen, werden im Folgenden einige Beispiele für dessen erfolgreiche Anwendung beschrieben. Ein interessantes Beispiel für die theoretische und gleichzeitig auch praktische Anwendung ist das der Steuerbilanzprüfung. Bei der Untersuchung von Bilanzen von amerikanischen Firmen stellte Nigrini fest, dass die Zahlen dem Benfordschen Gesetz folgen. Da dieses Prinzip der großen Allgemeinheit, darunter auch Steuerfälscher, aber nicht bekannt ist, lieferte dies Nigrini den Ansatz für einen Test zur Steuerlichen Betrugsaufdeckung. Dieser Test kann also feststellen, ob Steuerdaten vom Benford-Gesetz abweichen und so einen Hinweis auf Manipulation liefern. Die Methode wird bereits von US-Steuerbehörden mit Erfolg angewandt (Hüngebühler 2007), und auch in Deutschland hat sich bis heute vieles in dieser Richtung getan. Weder (2020) beschreibt in seiner Diplomarbeit u.a. die rechtlichen Entwicklungen von Benford-Gesetz und Chi<sup>2</sup>-Test, als Prüfmittel auf Manipulationen. In Deutschland setzt die Finanzbehörde, zur Prüfung von steuerlichen Datensätzen, mittlerweile bundesweit die Software IDEA ein. Zu deren wichtigsten Aufgaben zählen u.a. der Chi<sup>2</sup>-Test und die Anwendung des Benford-Gesetzes, welche auch grundsätzlich als häufige Prüfgrößen behördlicher Entscheidungen anerkannt sind. Im Falle der Finanzprüfung werden allerdings nicht die führenden Ziffern, denen die eigentlichen Benford-Häufigkeiten zu Grunde liegen untersucht. Stattdessen werden, durch die Erweiterung und Ableitung der Häufigkeiten aller anderen Ziffern einer Zahl, die erste und zweite Vor- oder Nachkommastelle untersucht. Hier entsprechen die Häufigkeiten dann beinahe der Gleichverteilung. Für die Ziffern 0 bis 9 wird also eine Häufigkeit von etwa 10% angenommen. Das Ergebnis des Chi<sup>2</sup>-Tests ist weiterhin vom Freiheitsgrad  $(10(\text{Ziffern})-1=9)$  und dem Signifikanzniveau (95-99%) abhängig. Für die Rechtsprechung weist ein Ergebnis von

über 30 eindeutig auf eine Manipulation der Daten hin. Es wird also der konkrete Chi<sup>2</sup>-Wert und nicht die in dieser Masterarbeit verwendete Wahrscheinlichkeit herangezogen. In einem Urteil hat der Bundesgerichtshof bereits 1989 statistische Methoden zur Tatsachenfeststellung grundsätzlich zugelassen. In den folgenden Jahrzehnten wurde die Zulässigkeit bzw. die Beweiskraft des Chi<sup>2</sup>-Tests und des Benford-Gesetzes immer wieder von verschiedenen Finanzgerichten thematisiert. Weitere Anwendungsbeispiele gibt es in der forensischen Mathematik (Hüngerbühler 2007), in der automatisierten, Software-basierten Buchungsüberwachung sowie bei systematischen Fehlerquellen und Stockungen in Unternehmensprozessen und Arbeitsabläufen (Dorneich 2009). Pietronero et al. (2001) haben ebenfalls gezeigt, dass die Aktienkurse in mehreren Ländern dem Benford-Gesetz folgen. Dies ändert sich auch nicht, wenn der jeweilige Kurs in die Währung eines anderen Landes umgerechnet wird (vgl. Skaleninvarianz). Hüngerbühler (2007) beschreibt außerdem ein Beispiel zu Autokennzeichen. Die Kennzeichen von vorbeifahrenden Autos in einem Ortsteil folgen nicht der Benford-Verteilung. Werden allerdings nur die ortsansässigen Kennzeichen herausgefiltert gilt dies interessanter Weise doch. Als weiteres Beispiel wird die Bibel genannt. Genauer gesagt wurde die Elberfelder Konkordanz herangezogen, welche alle Zahlen und die Häufigkeit ihres Auftretens in der Bibel aufführt. Daraus wurden die Häufigkeiten der Anfangsziffern berechnet. Diese Häufigkeiten passen, bis auf die der 1, 7, 8 und 9, sehr gut zur Benford-Verteilung. Die Abweichungen der 8 und 9 begründet der Autor mit Rundungsfehlern, die der 1 mit einer Gleichsetzung von „eins“ und „einzig“ bei der Übersetzung aus dem Hebräischen und die der 7 mit einer Bevorzugung in der christlichen Deutung. Sozusagen als Negativ-Beispiel erklärt Dorneich (2009) einen Fall mit Bevölkerungszahlen. Die Bevölkerungszahlen in den Wahlkreisen zur Bundestagswahl in Deutschland werden dem Benfordschen Gesetz nicht gerecht. Dies liegt daran, dass die Wahlkreise absichtlich etwa gleichviele Wahlberechtigte beinhalten. In diesem Fall hieß das konkret 230000 bis 280000 Bürger, sodass alle Zahlenwerte mit der Ziffer 2 beginnen. Auch in dem Bereich der Naturwissenschaften hat das Benford-Gesetz Anwendung gefunden. Messungen von atmosphärischen Pollenkonzentrationen in drei europäischen Städten folgen der Benford-Verteilung. Dieser Sachverhalt kann, laut Aussage der Autoren, zur Qualitätskontrolle von erhobenen Pollen-Daten verwendet werden. (Docampo et al. 2009) Der Benford-Verteilung folgen außerdem verschiedene physikalische Parameter von Exoplaneten

(Shukla et al. 2017). Die gemessene Abundanz von Phytoplankton-Organismen in fünf neuseeländischen Seen, entsprechend im zeitlichen Verlauf von 10 Jahren, folgen ebenfalls der Benford-Verteilung (Özkundakci&Pingram 2019). Dies sind Beispiele dafür, dass Datensätze nach der von Newcomb und Benford beschriebenen Verteilung aufgebaut sind. Es gibt aber auch Anwendungen im naturwissenschaftlichen bzw. medizinischen Bereich um menschliche Manipulationen, ähnlich wie bei Steuerdaten, zu identifizieren. So haben Schüpfer et al. (2012) medizinische Abstracts auf verfälschte bzw. geschönte Zahlen untersucht. Sie haben 1800 nicht-manipulierte Zahlen aus 77 Abstracts untersucht und herausgefunden, dass diese der Benford-Verteilung folgen. Weiters unterscheiden sich manipulierte bzw. ausgedachte Zahlen eines Abstracts von dieser und konnten mit der Prüfung auf das Benford-Gesetz entlarvt werden. Hier muss hinzugefügt werden, dass dies natürlich nur als ein Hinweis, nicht als Beweis für inhaltliche Unkorrektheit dienen kann. Ein besonders aktuelles Beispiel für die Anwendung des Benford-Gesetzes ist die anhaltende Covid-19-Pandemie. Einige Studien haben sich schon mit dieser Verteilung in Zusammenhang mit Zahlen, die im Rahmen dieser Pandemie erhoben und veröffentlicht wurden, beschäftigt. Dabei haben sie nicht nur ein Zutreffen des Gesetzes festgestellt, sondern beschreiben dieses auch als Prüfmittel für verfälschte Todes-, Infektions- und andere medizinische Daten (vgl. Silva&Filho 2020, Zhang 2020, Idrovo&Manrique-Hernández 2020) Ein weiteres Beispiel für die praktische Anwendung des Benford-Gesetzes sind Fahrtenbücher. Da dies auch in gewisser Weise die Idee und Grundlage zu dieser Masterarbeit darstellt, wird es hier etwas ausführlicher beschrieben. Dazu wird die Arbeit von Brähler et al. (2011) zitiert.

Fahrtenbücher kommen dann zum Einsatz, wenn ein Kraftfahrzeug, welches sich im Betriebsvermögen eines Arbeitgebers befindet, sowohl beruflich als auch privat von einem Arbeitnehmer genutzt werden kann. Der Arbeitnehmer hat dieses ordnungsgemäß zu führen, um insbesondere alle privaten Fahrten genau zu dokumentieren. Dadurch soll vermieden werden, dass die zusätzlichen Kosten des Arbeitgebers durch außerbetriebliche Nutzung des Fahrzeuges nicht ein vertretbares Maß überschreiten bzw. diese offen gelegt werden. Ein Fahrtenbuch ist immer aktuell und in lückenloser Form zu führen. Hierfür sind die zu erfassenden Fahrten, einschließlich des an ihrem Ende erreichten Gesamtkilometerstandes, vollständig und in fortlaufendem Zusammenhang anzugeben. Dabei ist zwischen beruflichen und privaten Reisen zu unterscheiden. Bei beruflichen Reisen sind ebenfalls Angaben zum

Datum, zum Reiseziel, zum Geschäftspartner bzw. Gegenstand der dienstlichen Verrichtung sowie der Gesamtkilometerstand des Fahrzeuges nach Beendigung der Fahrt zu machen. Da jede berufliche wie auch private Verwendung des Kfz in diesem Sinne mit dem am Ende einer Fahrt erreichten Gesamtkilometerstandes zu dokumentieren ist, sollte dieser mit dem Gesamtkilometerstand zu Beginn der nächsten Fahrt identisch sein, wodurch das Fahrtenbuch einen fortlaufenden Charakter bekommt. In diesem Zusammenhang ist es nicht schwer sich vorzustellen, dass der ein oder andere Arbeitnehmer dazu neigt diese Kosten zu schönen und dazu die Angaben des Fahrtenbuches manipuliert, um daraus einen persönlichen Vorteil zu erhalten. Dies ist insbesondere möglich, indem fälschlicherweise Privatfahrten nicht als solche, sondern als betrieblich veranlasste Fahrten im Fahrtenbuch deklariert werden. Von Seiten des Arbeitgebers ist es nun natürlich von großem Interesse diese Manipulationen aufzudecken. Hierbei kann ebenfalls die Benford-Verteilung als natürliche Verteilung von Tageskilometern angesehen werden. Denn neben Steuerdaten folgen auch Tageskilometer dem von Newcomb und Benford beschriebenen Gesetz. Nach Aussage des Finanzgerichts Münster entstehen diese, durch eine schwankende Anzahl an täglichen Fahrten oder unterschiedlich lange Routen, nämlich zufällig. Zudem hat Hill bereits im Jahr 1988 in einer empirischen Studie psychologische Einflüsse bei der Fälschung von Daten untersucht. Dabei stellte er fest, dass die Struktur natürlich entstandener Daten von der von Menschen gezielt beeinflussten Daten abweicht. Zum Test auf die Verlässlichkeit von Fahrtenbüchern ist daher auf die Benford-Verteilung und nicht auf die Gleichverteilung zurückzugreifen. Bei Tageskilometern gibt es zudem keine Ober- oder Untergrenzen. Außerdem handelt es sich nicht um Daten, die zur Identifikation dienen, wie etwa Telefonnummern. Da sich die Benford-Verteilung von der ersten Stelle von links über die zweite und dritte Stelle einer Gleichverteilung annähert und ab der vierten Stelle von links dieser praktisch entspricht, ist eine Analyse der ersten Stelle von links empfehlenswert. In diesem Fall weicht die Ziffernstruktur von der einer Gleichverteilung deutlich ab und ist somit für die Anwendbarkeit der Benford-Analyse auf Fahrtenbücher am besten geeignet. In der Praxis wird bei einer Benford-Analyse in der Regel der Chi<sup>2</sup>-Test bzw. Chi<sup>2</sup>-Anpassungstest verwendet. Dies ist unter anderem dadurch möglich, da dieser Test keiner speziellen Verteilung unterliegt und somit auch bei einer logarithmischen Verteilung wie der nach Benford anwendbar ist. Auch darüber hinaus, etwa in der steuerlichen Betriebsprüfung, ist der Chi<sup>2</sup>-Test ein

weit verbreitet angewandtes Testverfahren. Er wird in der Literatur als nichtparametrisches Testverfahren (oder auch Verteilungstest) bezeichnet. Im Gegensatz zu parametrischen Testverfahren, d.h. Testverfahren, die sich mit Hypothesen betreffend der Parameter von Grundgesamtheiten befassen, beschäftigen sich nichtparametrische Testverfahren mit Hypothesen, welche Aussagen über unbekannte Verteilungen von Grundgesamtheiten treffen. Der Test vergleicht die tatsächlichen beobachteten mit den theoretisch zu erwartenden Häufigkeiten, z.B. von Ziffern in bestimmten Datensätzen. Im Falle eines Chi<sup>2</sup>-Tests wird die Nullhypothese ( $H_0$ ) immer so formuliert, dass die Grundgesamtheit einer bestimmten Verteilung folgen soll (Brähler et al., 2011, Hünigerbühler 2007). Abhängig von dem Testergebnis kann diese dann entweder abgelehnt werden oder nicht. Bei der Ergebnisinterpretation sollte jedoch der Einfluss der Stichprobengröße  $N$  auf das Ergebnis des Chi<sup>2</sup>-Tests berücksichtigt werden, da bei großen Stichproben bereits kleine Abweichungen statistisch signifikant sein können (Güttler et al. 2012). Brähler et al. geben hierbei als Bedingung des zufälligen Charakters der Daten an, dass die zu untersuchende Grundgesamtheit um wiederkehrende Fahrten (etwa zwischen Wohnung und Arbeitsstätte) bereinigt werden sollten. Außerdem muss das Datenmaterial absolut zufällig entstanden und die einzelnen Daten voneinander unabhängig sein. Des Weiteren setzt die Anwendung des Chi<sup>2</sup>-Tests eine bestimmte Mindestgröße der Grundgesamtheit voraus. Der deutsche Bundesgerichtshof bestätigte in seinen Urteilen auch die grundsätzliche Zulässigkeit mathematisch-statistischer Tests als Prüfmethode. Aber trotzdem stellen Auffälligkeiten in der Ziffernstruktur im juristischen Sinne keinen Beweis für Manipulationen dar. Sie können jedoch potentielle Fehler aufzeigen und damit als Ansatzpunkt für eine intensivere Untersuchung dienen. (Brähler et al. 2011) Zudem beschreibt Weder (2020) den Fall eines geprüften Fahrtenbuches, bei dem die beiden Methoden Benford-Gesetz und Chi<sup>2</sup>-Test als aussagekräftig eingestuft wurden. Dem Test wurde eine Gleichverteilung der 3. Stelle vor dem Komma zugrunde gelegt, wobei Weder die logarithmische Verteilung der führenden Ziffer empfiehlt. In dieser Arbeit soll überprüft werden, ob sich das Benford-Gesetz auch auf Bewegungsdaten von Wildtieren anwenden lässt. Bisher ist dies auch die erste Benford-Analyse in diesem Bereich. Dazu wird ein Rotwild-Telemetrie-Datensatz untersucht, welcher in Kapitel 2 näher beschrieben wird.

Die Tierart Rothirsch (*Cervus elaphus*), im jagdlichen Kontext auch Rotwild genannt, gehört innerhalb der Säugetiere zur Unterordnung der Wiederkäuer und zu der

Unterfamilie der Echten Hirsche (Cervinae). Es ist das weit verbreitetste wildlebende Huftier der Welt und kommt im Wesentlichen in lichten Wäldern und offenen Landschaften vor. Rotwild ernährt sich in erster Linie von Gras, Zweigen und der Rinde junger Bäume. Zudem wird Rotwild, aus jagdlichen Gründen und zur Reduzierung von Schäden an Wald und Kulturland, im Winter auch vom Menschen gefüttert. Rothirsche sind sehr soziale Tiere und leben in Rudeln zusammen, deren Größe je nach Nahrungsangebot variieren kann. Die Rudel sind außerhalb der Paarungszeit nach Geschlechtern getrennt. Weibliche Tiere bilden mit ihrem Nachwuchs sogenannte Kahlwildrudel. Männliche Hirsche leben vor allem im Frühjahr und Sommer in Hirschrudeln. In der Feistzeit zwischen Juni und August fressen sie sich Fettreserven für die Brunft an. Im Rahmen der Brunft im September und Oktober folgen die Hirsche dann dem Kahlwild und konkurrieren um die paarungsbereiten Weibchen. Die Habitatwahl von Rothirschen wird von natürlichen und anthropogenen Faktoren beeinflusst. Bei der Größe eines Streifgebietes spielen z.B. das Klima, die Nahrungsqualität und -zugänglichkeit, die Topographie, die Populationsdichte, Fressfeinde und menschliche Infrastruktur eine entscheidende Rolle. Wie bei anderen Tierarten auch, ist die Lebensraumnutzung von Rotwild so das Ergebnis von Kompromissen zwischen optimaler Nahrungsverfügbarkeit und dem Schutz vor Witterung, Prädation und menschlichen Störungen. In Gebieten, in denen die Nähe zum Menschen relativ hoch ist, bevorzugen Rothirsche, in Bezug auf den letzten Punkt, generell höhere Lagen, um Störungen aus dem Weg zu gehen. Wenn ein Lebensraum von Gebirgslandschaften geprägt ist, und einer deutlichen saisonalen Veränderung der Nahrungserreichbarkeit unterliegt, unternehmen Rothirsche saisonale Migrationen zwischen höher gelegenen Sommereinständen und niederen Wintergebieten. Die Hauptursachen dieser Migration rühren von der phänologischen Vegetationsentwicklung, deren erschwerten Zugänglichkeit durch Schneedecken und intraspezifischer Konkurrenz her. Dabei ist die Winterhärte die entscheidende Ursache für die niederen Wintereinstände. (vgl. Bojarska et al. 2020, Deutsche Wildtierstiftung, Auf-Jagd)

Im Untersuchungsgebiet dieser Arbeit zeigen die Rothirsche allerdings keine deutliche Sommer-Winter-Migration. Sie halten sich etwa das ganze Jahr über, sowohl in Tal Nähe als auch in hohen Lagen auf. Im Winter sind sie jedoch stets in der Nähe der vier Winterfütterungen die es im Kaprunertal gibt. (Griesberger 02.05.2021)

In Anlehnung an den jagdlichen Sprachgebrauch, sind in dieser Arbeit mit der Bezeichnung „Hirsch“ männliche Individuen und mit der Bezeichnung „Tier“ weibliche Individuen gemeint. Die Begriffe Rothirsch und Rotwild beziehen sich auf die Art Rothirsch oder auf eine Zusammenfassung von Individuen unabhängig von ihrem Geschlecht. Die Idee bei dieser Benford-Analyse ist, dass sozusagen das Fahrtenbuch der Rothirsche betrachtet wird. Allerdings besteht dieses natürlich nicht aus den aufgezeichneten Tageskilometern des Rotwildes, sondern aus Entfernungen der aufeinander folgenden GPS-Signale. Zudem kenne ich nur die Distanzen zwischen den Punkten. Die Individuen können in den zeitlichen Intervallen aber auch deutlich größere Strecken zurückgelegt haben, um dann sozusagen über Umwege zum Ort des nächsten Signals zurückzukommen. Ein großer Vorteil bei diesen Daten ist, dass ich eine Manipulation der Daten komplett ausschließen kann. Wie schon von der Literatur beschrieben, werde ich als Testgröße ebenfalls einen Chi<sup>2</sup>-Test verwenden. Diesem Test lege ich die folgende Null-Hypothese zugrunde:

$H_0$ : Die Bewegungsdaten von Rotwild folgen der Benford-Verteilung.

## **2. Daten**

### *2.1. Projektbeschreibung*

Die in dieser Arbeit analysierten Daten, wurden durch die Vermittlung von Herrn Paul Griesberger (BOKU, IWJ) von ihm und allen Projekt-Partnern zur Verfügung gestellt. Erhoben wurden die Daten innerhalb des Projektes „Integrales Rotwildmanagement: Strategievernetzung zwischen Forst-, Land-, Jagd- und Tourismuswirtschaft“ (FFG Projektnummer 848464). (Griesberger 29.03.2021) Das Projekt ist durch die Kooperation des Instituts für Wildbiologie und Jagdwirtschaft (Universität für Bodenkultur Wien) mit dem Forschungsinstitut für Wildtierkunde und Ökologie (Veterinärmedizinische Universität Wien), der Gutsverwaltung Fischhorn GmbH & Co KG und der Gletscherbahnen Kaprun AG entstanden (Griesberger et al. März 2021). Im Fokus dieses Projektes lag das etwa 4.200 ha große und auf einer Seehöhe zwischen 880 und 3.000 m gelegene Kaprunertal in Salzburg. Die menschliche Nutzung des Kaprunertals ist in erster Linie von Infrastruktur, welche für touristische Zwecke genutzt wird (Parkplätze, Seilbahnen, etc.), geprägt. Insbesondere ist die westliche Talseite primär der touristischen Nutzung zur Verfügung gestellt. Dort finden sich vor allem die Gletscherbahnen und das hiesige Skigebiet. Hingegen wird die östliche Seite des Tals forstlich, landwirtschaftlich und jagdlich genutzt. Die Nutzung durch Freizeitsuchende und Touristen ist auf der westlichen Seite des Tals deutlich stärker ausgeprägt als auf der östlichen. (Griesberger 02.05.2021) In den Jahren 2002 und 2003 wurden die Wälder des Gebietes durch Windwurf-Ereignisse und Borkenkäferbefall sehr stark beschädigt. Als Reaktion wurde ein aufwendiges Projekt, bestehend aus Aufforstung und Naturverjüngung, gepaart mit einem angepassten Rotwildmanagement gestartet, um die Situation für alle Beteiligten wieder in den Griff zu bekommen. (Griesberger et al. Mai 2020) Jahre nach den Ereignissen wurde das hier beschriebene Projekt von Seiten des ansässigen Betriebes Fischhorn ins Leben gerufen, um das Verhalten des Rotwildes hinsichtlich seines Einflusses auf die Waldvegetation wissenschaftlich zu evaluieren (Griesberger et al. September 2020). Ziel war es ferner eine Lösung zu finden, um eine nachhaltige Landnutzung durch Forst-, Jagd-, Land- und Tourismuswirtschaft mit der Integration des Rotwildes in die Kulturlandschaft miteinander vereinbaren zu können. (Griesberger et al., Mai 2020)

Rotwild wurde in diesem Projekt als Untersuchungsart gewählt, weil die Bäume des beschriebenen Vorhabens der „Wiederbewaldung“ in Altersklassen eingewachsen waren, welche idealen Feind- und Klimaschutz für Schalenwild boten, aber gleichzeitig eine hohe Schälanfälligkeit aufwiesen. Dazu kam, bei diesen Baumstadien, eine reduzierte Bejagbarkeit. Hinsichtlich Schälschäden an der Baumrinde hat das Rotwild hier die größte Relevanz. Es ist zudem, gefolgt vom Gamswild, die Hauptwildart im Untersuchungsgebiet. Rehwild spielt nur eine untergeordnete Rolle und Schwarzwild ist gar nicht vertreten. Im Kaprunertal ist die Gefahr für Rotwild, die von natürlichen Fressfeinden ausgeht zudem eher gering. Luchse ziehen immer wieder durch das Gebiet, stellen aber nicht wirklich eine Gefahr für Rotwild dar. Während des Projektes konnte die Anwesenheit eines Wolfes durch Fotofallen belegt werden. Es ist aber nicht bekannt, dass Wölfe in diesem Gebiet als Fressfeinde eine Rolle spielen. (Griesberger 02.05.2021) Im Laufe des Projektes ergaben sich verschiedene weiterführende Fragestellungen (Griesberger et al. Mai 2020). Um das Aktivitäts- und Raumnutzungsmuster des Rotwildes zu erforschen, wurden GPS-Halsbänder eingesetzt. An vier Winterfütterungen wurden 20 Individuen mit Holzkastenfällen gefangen oder mithilfe von Narkosegewehren immobilisiert und anschließend für einen Zeitraum zwischen 2015 und 2018 besendert. (Griesberger et al. Juni 2020) Zum Zeitpunkt der Besenderung wurde außerdem das Geschlecht, das Alter der Tiere, anhand des Zahnabriebes und mittels Zahnschliff, bestimmt und das aufgebrochene Gewicht geschätzt (Griesberger 25.03.2021). Abbildung 2 zeigt beispielhaft einen besenderten Hirsch und ein besendertes Tier im Untersuchungsgebiet. Die GPS-Koordinaten wurden einmal am Tag vom jeweiligen Halsband-Sender an das Institut für Wildbiologie und Jagdwirtschaft der BOKU Wien gesendet. Dort wurden die Daten gesammelt und ausgewertet. Zusätzlich wurden auch Landnutzungsdaten, physiologische Daten, Luftbilder und Flugzeuggestützte Laserscandaten untersucht. (Griesberger et al. Juni 2020) Das durch die Österreichische Forschungsförderungsgesellschaft (FFG) geförderte Projekt leitete Prof. Dr. Klaus Hackländer (BOKU, IWJ). In den Jahren 2017-2021 folgten 20 Publikationen zu der Thematik, darunter eine Masterarbeit und 12 Artikel die eine Serie in der Zeitschrift „Der Anblick“ bildeten. (FIS, 2021)



**Abb. 2** Fotos von besendertem Rotwild (*Cervus elaphus*); links: ein Hirsch, rechts: ein Tier (von Joseph Zandl).

## 2.2. Beschaffenheit der Daten

Für die vorliegende Masterarbeit wurden die GPS-Daten der 20 Rotwild-Individuen als Excel-Files zur Verfügung gestellt. Die Tabelle 1 zeigt die biometrischen Daten dieser Individuen (entsprechend der Halsbandnummer) sowie deren jeweiligen Besenderungszeitraum. Die Messdaten können als sehr genau eingestuft werden. Zu ihrer Berechnung wurden ausschließlich validierte GPS-Punkte mit einem DOP-Wert (dilution of precision) kleiner 10 und einer Satellitenanzahl von mind. 5 herangezogen. Daher haben alle Punkte eine Genauigkeit von wenigen Metern. Wie Tabelle 1 zeigt, sind die Beobachtungszeiträume der Individuen nicht gleich lang. Dies hat verschiedene Ursachen und ist im Bereich der Wildbiologie ganz normal. Tiere sind verstorben, der Sender ist ausgefallen, ein Stück musste erlegt werden, etc. Zudem war es aus praktischen Gründen nicht möglich, alle Individuen zum gleichen Zeitpunkt zu besendern (Griesberger 19.04.2021). Bei Betrachtung der Daten fällt außerdem auf, dass die Dichte der gesendeten Signale nicht durchgehend gleich ist. Die Sender waren grundsätzlich darauf eingestellt im Abstand von 2 Stunden und 15 Minuten einen Messpunkt zu erheben. Dieser Zeitraum wurde allerdings aufgrund verschiedener Fragestellungen immer wieder verändert, um zum Teil höher auflösende Ergebnisse zu erhalten. Im Detail geschah das so, dass die Informationen des neuen Peilungsintervalls per SMS an das jeweilige Halsband geschickt wurde

(Griesberger 19.04.2021). Durch die erhaltenen Excel-Files sind die Daten folgendermaßen gegliedert. Die GPS-Daten von Juli bis Dezember liegen für jedes Individuum und jedes Jahr separat vor, die Daten von Januar bis April sind in einer einzigen Datei organisiert und für die Monate Mai und Juni sind keine Daten vorhanden. Dies lässt sich ebenfalls mit unterschiedlichen Fragestellungen begründen. Die Schusszeit auf Rotwild in Salzburg beginnt bereits im Mai, aus betrieblichen Gründen wird im Projektgebiet damit aber erst im Juli begonnen. Zunächst lag das Augenmerk darauf das Verhalten des Rotwildes nur während der Schusszeit zu beobachten, das erklärt die Daten von Juli bis Dezember. Später war es außerdem interessant das Verhalten während der Schusszeit mit dem während der Schonzeit zu vergleichen. Aus diesem Grund liegen die Daten von Januar bis April ebenfalls vor. Die Daten für die Monate Mai und Juni liegen ebenfalls vor. Da diese aber für andere Fragestellungen interessant waren, mussten sie nicht in dem Maße aufbereitet werden, wie die anderen, und konnten daher auch nicht in der Form zur Verfügung gestellt werden. (Griesberger 12.03.2021)

**Tabelle 1** Projekt- bzw. biologische Daten der untersuchten Individuen, des Rotwild-Telemetrie-Datensatzes; Halsband Nr., Geschlecht, Alter beim Fang (durch Zahnabrieb, -schliff bestimmt), geschätztes (aufgebrochenes) Gewicht, Besenderungszeitraum (verändert nach Paul Griesberger).

<b>Halsband Nr.</b>	<b>Geschlecht</b>	<b>Alter beim Fang</b>	<b>geschätztes Gewicht</b>	<b>Besenderungszeitraum</b>
16990	männlich	5 Jahre	80 kg	10.02.2016-17.01.2018
16993	männlich	7 Jahre	115 kg	08.01.2016-21.09.2016
16994	männlich	17 Jahre	120 kg	28.01.2016-17.09.2017
16996	männlich	12 Jahre	125 kg	07.03.2016-12.02.2018
16997	männlich	13 Jahre	120 kg	08.01.2016-30.04.2017
17000	männlich	6 Jahre	110 kg	07.01.2016-01.03.2018
17001	männlich	8 Jahre	110 kg	08.01.2016-22.02.2017
17025	männlich	11 Jahre	125 kg	23.02.2016-01.09.2016
22995	männlich	2 Jahre	70 kg	24.02.2017-01.03.2018
22996	männlich	10 Jahre	120 kg	15.03.2017-09.10.2017
16984	weiblich	12 Jahre	65 kg	21.03.2016-31.10.2017
16987	weiblich	10 Jahre	60 kg	11.02.2016-30.04.2017
16988	weiblich	15 Jahre	68 kg	09.02.2017-01.03.2018
16989	weiblich	3 Jahre	55 kg	10.02.2017-01.03.2018
16991	weiblich	15 Jahre	65 kg	08.03.2017-01.03.2018
16992	weiblich	3 Jahre	75 kg	17.03.2016-30.04.2016
16995	weiblich	14 Jahre	60 kg	02.03.2015-18.07.2017
16998	weiblich	7 Jahre	75 kg	04.03.2015-01.09.2017
16999	weiblich	3 Jahre	65 kg	03.03.2015-30.10.2015
17002	weiblich	3 Jahre	55 kg	17.03.2015-15.04.2017

### 3. Methode

Die Benford-Häufigkeiten der einzelnen Ziffern wurden von Benford empirisch gefunden. In diesem Kapitel zeige ich, dass die Benford-Zahlen auf natürliche Weise bei der logarithmischen Skala auftreten und wie damit sehr einfach Benford-verteilte Zufallszahlen aus gleichverteilten Zufallszahlen erzeugt werden können. Weiters wird der Chi<sup>2</sup>-Test erklärt, mit dem ich untersuche, ob die beobachteten Anfangsziffer-Häufigkeiten Benford-verteilt sind. Anschließend wird mit der Binomialverteilung ein 2-Sigma Intervall und mit dem Clopper-Pearson Test ein 95% Konfidenzintervall, abhängig vom Stichprobenumfang angegeben. Danach wird der Ablauf der Berechnungen für einen konkreten Datensatz in Excel beschrieben und im Anschluss daran, nach welchen Kriterien ein Gesamt-Datensatz gefiltert und nach der Ziffernhäufigkeit ausgewertet werden kann. Abschließend erkläre ich die theoretischen Größen Chi<sup>2</sup>-Test und Konfidenzintervall anhand von Simulationen. Weiters simuliere ich die Bewegung durch Zufallszahlen, und analysiere ob simulierte Positionsdaten Benford-verteilt sind.

#### 3.1. Lineare und logarithmische Skala

Zahlen lassen sich auf verschiedene Arten grafisch veranschaulichen. Solche, die innerhalb von zwei Zehnerpotenzen liegen (z.B. 0 bis 100), lassen sich auf einer linearen Skala darstellen. Dabei sind die Abstände zwischen zwei benachbarten Zahlen gleich groß (vgl. Abbildung 3).



**Abb. 3** Lineare Skala von 0 bis 100 (eigene Darstellung in Excel).

Daten die im Bereich von mehr als drei Zehnerpotenzen liegen können nicht mehr übersichtlich auf einer linearen Skala dargestellt werden. Stattdessen werden die Daten auf einer logarithmischen Skala abgebildet (Humenberger & Schuppar 2019). Eine solche Skala ist folgendermaßen aufgebaut: Die Zahlen innerhalb einer Zehnerpotenz (z.B. 1 bis 10) bilden einen Block mit einer vorgegebenen Breite  $b$ . Die Breite hängt von der Papiergröße (Ein Din A4 Blatt etwa hat die Größe 210x297mm) ab und davon wie viele Blöcke (Größenordnungen) benötigt werden. Im Gegensatz

zur linearen Skala sind die Abstände zwischen den Zahlen nicht äquidistant, sondern werden mit der Größe der Zahlen kleiner. Konkret berechnen sich die Abstände als  $\lg \frac{z+1}{z} \cdot b$  für  $z = 1, 2, \dots, 10$ . Die Zehnerlogarithmen der Zahlen 1 bis 10 und die Differenzen benachbarter Zehnerlogarithmen stehen in Tabelle 2.

**Tabelle 2** Werte der Zehnerlogarithmen  $\lg(z)$ , für  $z = 1, 2, \dots, 10$  und der Differenzen  $\lg \frac{z+1}{z} = \lg(z+1) - \lg(z)$ .

Zahl z	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\lg(z)$	0	0,301	0,477	0,602	0,699	0,778	0,845	0,903	0,954	1
$\lg(z+1) - \lg(z)$	0,301	0,176	0,125	0,097	0,079	0,067	0,058	0,051	0,046	

Die Tabelle 2 zeigt, dass der Abstand von 1 zu 2 mit 30% der Breite  $b$  am größten ist. Von 2 zu 3 beträgt der Abstand nur mehr ca. 18% und von 9 zu 10 nur ca. 5% von  $b$ . Da  $\lg(10 \cdot z) = \lg(10) + \lg(z) = 1 + \lg(z)$  verschiebt sich der Block für die Zahlen 10, 20, ... , 90 nach rechts. Wegen  $\lg \frac{z}{10} = \lg(z) - 1$  verschiebt sich der Block für 0.1, 0.2, ..., 0.9 nach links. Abbildung 4 zeigt den Aufbau einer logarithmischen Skala.



**Abb. 4** Logarithmische Skala über drei Zehnerpotenzen:  $10^{-1}$  bis  $10^2$  (eigene Darstellung in Excel).

In der letzten Zeile von Tabelle 2 stehen die Zahlen der Benford-Verteilung für die Wahrscheinlichkeiten der Ziffern 1 bis 9.

### 3.2. Benford-verteilte Zufallszahlen in Excel

Mit dem Befehl = ZUFALLSBEREICH(1; 9) werden in Excel natürliche Zahlen 1, 2, ... , 9, erzeugt, welche alle gleich häufig / wahrscheinlich auftreten. Durch den Befehl = ZUFALLSZAHL() werden in Excel wiederum Zufallszahlen erzeugt, welche im Intervall [0,1] gleichverteilt sind. (Benker 2014) Dies kann im folgenden Beispiel verdeutlicht werden. Es wird eine Hand voll Reis entlang einer Linie geworfen. Dabei werden die

Reiskörner so fallen, dass es an keiner Stelle weder größere Haufen noch Lücken gibt. Abbildung 5 zeigt diesen Zusammenhang für 10, 50 und 100 gleichverteilte Zufallszahlen.



**Abb. 5** Gleichverteilte Zufallszahlen im Intervall  $[0,1]$ ; Linkes Bild: 10, mittleres Bild: 50, rechtes Bild: 100 Zahlen (eigene Darstellung in Excel).

Benford verteilte Anfangsziffern werden hingegen erzeugt, indem der Befehl  $=10^{\text{ZUFALLSZAHL}()}$  in Excel eingegeben und davon die erste Ziffer betrachtet wird. Dies funktioniert folgendermaßen: Der Befehl Zufallszahl liefert gleichverteilte Zufallszahlen  $z$  zwischen 0 und 1. Somit liegen alle Zahlen  $10^z$  zwischen 1 und 10. Als nächstes wird der Frage nachgegangen, für welche Werte von  $z$  die Anfangsziffer 1 gilt. Die 1 gilt für jene Zufallszahlen mit  $10^z < 2$ , d.h. für  $z < \lg(2)$ . Die Wahrscheinlichkeit für die Anfangsziffer 1 beträgt somit  $\lg(2) = 30,1\%$ . Analog ist die Berechnung für welche Werte von  $z$  die Anfangsziffer 2 gilt. Die gilt also für jene Zufallszahlen mit  $2 < 10^z < 3$ , d.h. für  $\lg(2) < z < \lg(3)$ . Die Wahrscheinlichkeit für die Anfangsziffer 2 berechnet sich daher zu  $\lg(3) - \lg(2) = 17,6\%$ . Für die Anfangsziffer 9 gilt die Bedingung,  $9 < 10^z < 10$ . Die logarithmischen Intervalllängen entsprechen den Wahrscheinlichkeiten der entsprechenden Anfangsziffern (vgl. Abb. 6).



**Abb. 6** Logarithmische Skala und Größe von  $z$  bei  $10^z$ ; Liegt der Wert des Excel-Befehls  $\text{ZUFALLSZAHL}() = z$  zwischen  $0 = \lg(1)$  und  $\lg(2)$  so ist die Anfangsziffer von  $10^z$  gleich 1, liegt der Wert von  $\text{Zufallszahl}()$  zwischen  $\lg(2)$  und  $\lg(3)$  so ist die Anfangsziffer von  $10^z$  gleich 2, usw. bis zur Anfangsziffer 9. Die Intervalllängen entsprechen den Wahrscheinlichkeiten der Anfangsziffern (eigene Darstellung in Paint).

### 3.3. Chi-Quadrat-Test

Der  $\chi^2$ -Test wird verwendet, um zu überprüfen, ob die beobachteten absoluten Häufigkeiten mit den erwarteten absoluten Benford-Häufigkeiten übereinstimmen (Lusk & Halperin 2014). Zuerst wird der  $\chi^2$ -Wert nach folgender Formel berechnet

$$\text{Chi}^2 = \sum_{i=1}^9 \frac{(\text{absolute beobachtete} - \text{absolute Benford Häufigkeit der Ziffer } i)^2}{\text{absolute Benford Häufigkeit der Ziffer } i}$$

**Formel 1** Berechnung des Chi<sup>2</sup>-Wertes.

(Dümbgen 2016). Es ist bekannt, dass dieser Chi<sup>2</sup>-Wert mit 8 Freiheitsgraden verteilt ist. Die Chi<sup>2</sup>-Verteilung hat die Form einer rechtsschiefen Glockenkurve. Als Maß der Abweichung der Testdaten von einer beliebigen Verteilung können die absoluten Chi<sup>2</sup>-Werte herangezogen werden. Diese werden mit einem kritischen Chi<sup>2</sup>-Wert verglichen, der mittels festgelegtem Signifikanzniveaus und der Anzahl an Freiheitsgraden ermittelt wird (Brähler et al. 2011). Dabei wird die Nullhypothese bei einem Wert größer als der kritische Wert verworfen. Zudem kann als Abweichungsmaß die Wahrscheinlichkeit für diese Chi<sup>2</sup>-Werte verwendet werden. Also sozusagen die Fläche unterhalb der Chi<sup>2</sup>-Verteilungs-Funktion. Hierbei führen Wahrscheinlichkeiten unterhalb eines Signifikanzniveaus (z.B. 5%) zur Ablehnung der Ausgangshypothese. In den nachfolgenden Kapiteln dieser Arbeit beziehen sich die Begriffe Chi<sup>2</sup>-Test und Chi<sup>2</sup>-Wert bis auf weiteres immer auf das Wahrscheinlichkeitsmaß. Da der Chi<sup>2</sup>-Wert jedenfalls positiv ist (Weigand 2019), interessiert mich die Wahrscheinlichkeit, einen so großen (Signifikanzniveau) oder noch größeren Chi<sup>2</sup>-Wert zu erhalten. Diese Wahrscheinlichkeit erhalte ich in Excel mit dem Befehl `CHIU.VERT.RE(Chi2-Wert;8)`. Einfacher berechnet sich die Wahrscheinlichkeit in Excel mit dem Befehl `=CHIU.TEST(abs. beobachtete Häufigkeiten; abs. Benford-Häufigkeiten der Ziffern 1 bis 9)`. Liefert der Befehl `ChiQu.Test` einen Wert  $> 5\%$ , so stammen die beobachteten Anfangsziffern mit mehr als 5% Wahrscheinlichkeit aus einer Benford-Verteilung.

### 3.4. Konfidenzintervalle mit Binomialverteilung

Mit Hilfe des Chi<sup>2</sup>-Tests lässt sich berechnen, wie wahrscheinlich es ist, dass die beobachteten Häufigkeiten Benford-verteilt sind. Liefert der Chi<sup>2</sup>-Test eine sehr kleine Wahrscheinlichkeit, so ist es sehr unwahrscheinlich, dass die beobachteten Daten Benford-verteilt sind. In diesem Falle ist es interessant sich anzuschauen, welche

Anfangsziffern zu viel vom erwarteten Benford-Wert abweichen. Mit Hilfe der Binomialverteilung kann z. B. ein 2-Sigma-Konfidenzintervall für jede einzelne Ziffer berechnet werden. Anhand dieses auf der Binomialverteilung basierenden Konfidenzintervalls kann dann die einfache Aussage getroffen werden, die Zahl liegt innerhalb oder außerhalb dieses Bereiches (Weigand 2019). Die Anfangsziffer 1 z. B. tritt mit der Wahrscheinlichkeit von  $p = 30,1\%$  auf. Somit erwarte ich die Ziffer 1 mit der absoluten Häufigkeit von  $\mu = np$  mit der Standardabweichung von  $\sigma = \sqrt{np(1-p)}$  und dem 2-Sigma-Konfidenzintervall  $KI = [\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma]$ .  $\mu$  steht hier für den Erwartungswert,  $\sigma$  für die Standardabweichung und KI für das 2-Sigma-Konfidenzintervall.  $n$  steht für die Stichprobengröße und  $p$  für die Benford-Häufigkeit der jeweiligen Ziffer. Das Konfidenzintervall für den relativen Anteil wird ermittelt, indem wie folgt durch den Stichprobenumfang  $n$  dividiert wird.

$$\left[ p - 2 \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}, p + 2 \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right]$$

**Formel 2** 2-Sigma-Konfidenzintervall mit Hilfe der Binomialverteilung;  $n$ =Stichprobengröße und  $p$ =Benford-Häufigkeit einer Ziffer. Ist  $p$  nahe bei 0 oder 1 ist das Intervall ungenau.

### 3.5. Clopper-Pearson Konfidenzintervall

Zuverlässigere Aussagen zum Konfidenzintervall vor allem für kleine Wahrscheinlichkeiten können mit der Formel von Clopper und Pearson getroffen werden. Weitere Vorteile eines solchen Konfidenzintervalls sind, dass die Grenzen von 0 und 1 von vornherein nicht über oder unterschritten werden können und sie als einzige Voraussetzung eine unabhängige Zufallsstichprobe haben (Weigand 2019). Die untere Grenze des 95%-Konfidenzintervalls berechnet sich in Excel mit dem Befehl = BETA.INV(2,5%; $k$ ;  $n-k+1$ ) und die obere Grenze mit dem Befehl = BETA.INV(97,5%; $k+1$ ;  $n-k$ ). Dabei bezeichnet  $n$  die Stichprobengröße und  $k$  die Anzahl der jeweiligen Ziffer 1 bis 9.

### 3.6. Ablauf der Berechnungen für einen konkreten Datensatz

Der Rotwild-Datensatz beinhaltet die Telemetriedaten von 10 Hirschen und 10 Tieren. Die Originaldaten sind auf insgesamt 50 Excel-Dateien verteilt. Pro Tier werden die Daten in einer Excel-Datei vereint und ggf. Abweichungen in dem Tabellenaufbau vereinheitlicht. Tabelle 3 zeigt einen Ausschnitt aus dem Datensatz für den Hirsch mit der Halsbandnummer 16990, mit den für alle späteren Analysen wichtigen Spalten. Der Datensatz wurde nach Datum und Zeit aufsteigend sortiert. Alle nachfolgenden Berechnungen werden beispielhaft an dem Datensatz dieses Hirsches beschrieben.

**Tabelle 3** Auszug, der zur Benford-Analyse relevanten Parameter, des Hirsches mit der Halsbandnummer 16990 aus dem Rotwild-Telemetrie-Datensatz; Halsband Nr., Bewegung entlang der X- und Y-Koordinaten sowie der Seehöhe, Datum, UTC (Coordinated Universal Time), Tageszeit (Tag=1 Std. vor Sonnenauf- und 1 Std. nach -untergang (verändert nach Paul Griesberger).

	A	B	C	D	E	F	G
1	Halsband Nr.	y_proj	x_proj	Seehöhe	Datum	UTC	Tageszeit
2	16990	5233373	329490	1866,99	10.02.2016	20:00:46	Nacht
3	16990	5233368	329492,9	1868,77	10.02.2016	22:16:09	Nacht
4	16990	5233197	329557	1757,76	11.02.2016	00:30:45	Nacht
5	16990	5233067	329543,7	1672,6	11.02.2016	02:45:45	Nacht
6	16990	5233298	329016	1712,05	11.02.2016	05:01:32	Nacht
7	16990	5233280	329059,4	1742,18	11.02.2016	07:15:39	Tag
8	16990	5233231	329089,1	1721,46	11.02.2016	11:46:12	Tag
9	16990	5233222	329071,4	1717,76	11.02.2016	14:01:15	Tag
10	16990	5233147	328865,5	1540,93	11.02.2016	16:16:09	Tag
11	16990	5233058	329167,7	1579,77	11.02.2016	18:30:46	Nacht

Die Spalten „x\_proj“ und „y\_proj“ entsprechen den Lagekoordinaten im WGS84-System und „Seehöhe“ (später auch als Z-Koordinate bezeichnet) gibt die entsprechende Höhe (in Meter) des Individuums zum angegebenen Datum und

Zeitpunkt an. Zusätzlich wurde die jagdlich nutzbare Tageszeit in der Form von Tag bzw. Nacht erfasst. Tag umfasst den Zeitraum von einer Stunde vor Sonnenaufgang bis einer Stunde nach Sonnenuntergang.

Anschließend werden die Positionsänderungen (euklidischer Abstand) in der Ebene und im Raum auf Benford-Verteilung geprüft. Die Positionsänderungen in der Ebene sowie im Raum berechnen sich nach folgenden Formeln:

$$\text{Positionsänderung in der Ebene} = \sqrt{(x_{neu} - x_{alt})^2 + (y_{neu} - y_{alt})^2}$$

**Formel 3** Euklidischer Abstand zweier Positionsdaten in der Ebene.

$$\text{Positionsänderung im Raum} = \sqrt{(x_{neu} - x_{alt})^2 + (y_{neu} - y_{alt})^2 + (z_{neu} - z_{alt})^2}$$

**Formel 4** Euklidischer Abstand zweier Positionsdaten im Raum.

„Alt“ steht dabei für die jeweils vorangegangene Position und „neu“ für die nachfolgende Position. Die so berechneten Positionsänderungen der Rothirsche in der Ebene und im Raum haben die Einheit Meter. Für die Verwendung der Positionsänderungen anstatt der eigentlichen GPS-Koordinaten gibt es zwei entscheidende Gründe. Zum einen sollte ein Datensatz, der auf die Benford-Verteilung geprüft wird, auf natürliche und nicht vom Menschen manipulierte Weisen entstanden sein. D.h. ein Koordinatensystem ist vom Menschen erdacht und somit unnatürlich, während Bewegungsdaten von Wildtieren nicht vom Menschen beeinflusst sind und hinsichtlich ihrer Generierung als natürlich angesehen werden können. Der andere Grund liegt in der Herkunft der Daten. Ich habe die Daten nicht selbst erhoben, sondern von Herrn Griesberger und Partnern zur Verfügung gestellt bekommen. Von deren Seite wurde ich gebeten nicht die tatsächlichen Koordinaten zu verwenden, da es sich dabei in gewisser Weise um heikle Daten handelt.

Vor den Berechnungen zur Benford-Verteilung, werden die Daten auf zeitliche Lücken untersucht. Die Daten des Hirsches mit der Nummer 16990 beginnen am 10.02.2016 um 20:00 Uhr. Bis zum 30.4.2016 sollte alle 2 Stunden 15 Minuten, mit Genauigkeit  $\pm 1$  Minute, eine Position aufgezeichnet worden sein.

Im Mai und Juni 2016 gibt es keine Positionsdaten. Die nächsten lückenlosen Positionsdaten folgen vom 01.07.2016 bis 30.04.2017, vom 01.07.2017 bis 03.12.2017 und vom 01.01.2018 bis 17.01.2018.

Zwischen dem 17.10.2016, 10:00 Uhr und 19.10.2016, 22:30 Uhr gibt es alle 15 Minuten, Genauigkeit  $\pm 1$  Minute, eine Positionsangabe.

Insgesamt wurden ca. 84% der Positionsdaten mit einem zeitlichen Abstand von 2h15min erfasst, ca. 10% der Signale hatten einen zeitlichen Abstand von 4h30min und ca. 4% der Daten sind alle 15 Minuten erfasst worden. Die größte zeitliche Lücke innerhalb von einem Tag beträgt 20h15min.

Für die Benford Analyse werden alle Positionsänderungen verwendet, mit Ausnahme der Unterbrechungen zwischen Mai und Juni und Dezember und Januar. Konkret steht in der Excel Zeile 733 die letzte Position vom 30.04.2016. Es folgt in Zeile 734 die Position vom 01.07.2016. Auf den 30.04.2017 (Excel: Zeile 3766) folgt der 01.07.2017 (Excel: Zeile 3767) und auf den 03.12.2017 (Excel: Zeile 5211) folgt der 01.01.2018 (Excel: Zeile 5212). Um diese Unterbrechungen zu identifizieren wird das alte Datum vom neuen Datum subtrahiert. Die Differenz ist dann 0 (selber Tag), 1 (nächster Tag) oder  $> 1$  (mind. übernächster Tag). Bei einer Differenz von 0 oder 1 kann von einer lückenlosen Datenaufnahme ausgegangen werden. Eine Differenz von  $> 1$  bedeutet, dass zwischen den beiden Signalen mindestens ein Tag liegt. In so einem Fall wurde die entsprechende Positionsänderung aus der Auswertung weggelassen. Die Positionsänderungen beginnen somit am 01.07.2016, am 01.07.2017 und am 01.01.2018 neu.

In Excel wird dies durch folgende Formeln realisiert: in der Zelle H2 steht die Formel  $=E3-E2$ . Wie in Tabelle 4 gezeigt, wird in der Spalte I2 die Positionsänderung in der Ebene berechnet. Ich schreibe dazu die Formel  $=WENN(H2 \leq 1; WURZEL((C3-C2)^2+(B3-B2)^2); "")$ . Insgesamt ergaben sich so für diesen Hirsch 5297 Positionsänderungen.

**Tabelle 4** Berechnung der Anfangsziffern; Erweiterung von Tabelle 3 um die Spalten H (Datumsänderung), I (euklidischer Abstand; Positionsänderung in der Ebene (2D) in Meter) und J (Anfangsziffer, führende Ziffer).

	H	I	J
1	<b>Datumsänderung</b>	<b>Positionsänderung 2D [m]</b>	<b>Anfangsziffer</b>
2	0	5,73	5
3	1	182,16	1

In der Spalte J werden die Anfangsziffern der Positionsänderungen extrahiert. Dazu schreibe ich in die Zelle J2 den Befehl `=LINKS(I2;1)*1`. Die Formel wird mit 1 multipliziert, damit Excel das Ergebnis als „Zahl“ und nicht als „Buchstaben“ in die Zielzelle schreibt.

Danach werden alle Formeln aus H2 bis J2 bis ans Ende der Tabelle (Zeile 5301) kopiert. Basierend auf den Zahlen J2 bis J5301 wird zuerst die absolute Häufigkeit der Anfangsziffer 0 gezählt. Dazu schreibe ich in eine freie Zelle den Befehl `=ZÄHLENWENN(J:J;0)`. Im konkreten Fall wurde die Ziffer Null fünfzehnmal gezählt. Tatsächlich ist „0“ aber keine führende Ziffer. Dass die Ziffer „0“ so oft gezählt wurde liegt am Befehl LINKS, welcher die erste Ziffer extrahiert. Ist der euklidische Abstand zweier Positionsdaten in der Ebene kleiner als eins, z.B. 0,01, so liefert der Befehl LINKS die Ziffer 0 statt der führenden Ziffer 1. Ich behebe dieses Problem, indem ich die Positionsdaten in der Spalte I statt in Meter in Millimeter berechne. Dazu multipliziere ich die Positionsänderung mit 1000 und schreibe in die Zelle I2 die Formel `=WENN(H2 ≤ 1 ;WURZEL((C3-C2)^2+(B3-B2)^2)*1000;““)`. Tabelle 5 zeigt das Ergebnis dieser Umrechnung

**Tabelle 5** Umrechnung der Positionsänderungen in Millimeter; Wie Tabelle 4: Die Einheit der Positionsänderungen in der Ebene (2D) wurde von Meter in Millimeter umgerechnet.

	H	I	J
1	<b>Datumsänderung</b>	<b>Positionsänderung 2D [mm]</b>	<b>Anfangsziffer</b>
2	0	5703	5
3	1	182161	1

Nun kommt die Anfangsziffer 0 nur einmal vor. Das tritt am 18.10.2016 in der Nacht zwischen den Zeitpunkten 04:00 und 04:15 auf. Hier ist die Positionsänderung exakt null. Die Positionsänderungen mit der Anfangsziffer 0 nehme ich von der weiteren Analyse aus. Somit lassen sich durch meine Vorgangsweise die Anfangsziffern im Sinne von Benford korrekt extrahieren. Abzüglich der zeitlichen Abstände >1 Tag und der Häufigkeit der führenden Ziffer 0 erhalte ich, wie Tabelle 6 für die Hirsche und Tabelle 7 für die Tere zeigen, den jeweiligen Stichprobenumfang n für alle Individuen.

**Tabelle 6** Stichprobenumfang der Hirsche aus dem Rotwild-Telemetrie-Datensatz; Anzahl zeitlicher Differenzen (gesendeter GPS-Signale) >1 Tag und Häufigkeiten der Anfangsziffer 0 sowie, abzüglich der ersten zwei Werte resultierender, Stichprobenumfang n im Sinne von Positionsänderungen bei den einzelnen Hirschen (männlichen Individuen).

<b>Hirsch (Halsband Nr.)</b>	16990	16993	16994	16996	16997	17000	17001	17025	22995	22996
<b>n/Positionsänderungen</b>	5296	1533	3922	4792	2588	6264	3295	1193	3044	1496
<b>Zeitl. Abstand &gt;1</b>	3	2	2	2	1	3	1	1	1	1
<b>Anfangsziffer 0</b>	1	0	3	1	2	2	0	0	2	1

**Tabelle 7** Stichprobenumfang der Tiere aus dem Rotwild-Telemetrie-Datensatz; Anzahl zeitlicher Differenzen (gesendeter GPS-Signale) >1 Tag und Häufigkeiten der Anfangsziffer 0 sowie, abzüglich der ersten zwei Werte resultierender, Stichprobenumfang n im Sinne von Positionsänderungen bei den einzelnen Tieren (weibliche Individuen).

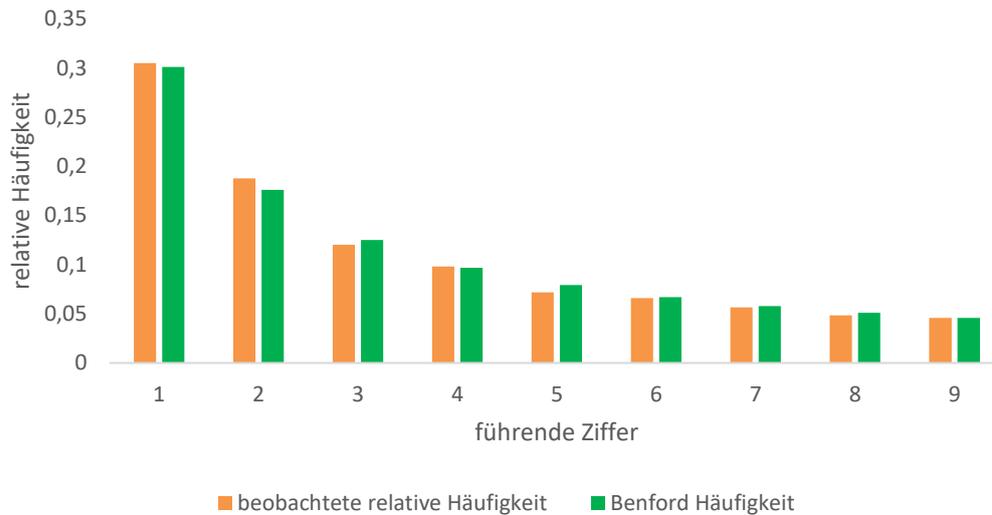
Tier (Halsband Nr.)	16984	16987	16988	16989	16991	16992	16995	16998	16999	17002
n/Positionsänderungen	4773	3914	3058	3127	2721	431	7738	6427	1948	5833
Zeitl. Abstand >1	2	1	1	1	1	0	3	3	1	2
Anfangsziffer 0	1	3	1	1	3	0	0	1	0	1

Ich schreibe in die Spalte K die Ziffern 0 bis 9 untereinander. In der Spalte L zähle ich die absolute Häufigkeit der jeweiligen Ziffer aus der Spalte J. Ich schreibe dazu den Befehl =ZÄHLENWENN(J:J;K2) in die Zelle L2 und kopiere diesen Befehl nach unten bis in Zeile 11. In der Zeile 12 berechne ich die Summe der absoluten Häufigkeiten der Ziffern 1 bis 9 mit dem Befehl =SUMME(L3:L11). Dann berechne ich in der Spalte M aus der absoluten die relative beobachtete Häufigkeit (in Prozent). Dazu schreibe ich den Befehl =L3/\$L\$12 in die Zelle M3 und kopiere diesen nach unten bis in Zeile 11. In der Spalte N berechne ich die relativen Benford-Häufigkeiten. Hierfür schreibe ich den Befehl =LOG10(K4/K3) in die Zelle N3 und kopiere diese nach unten bis in Zeile 10. In der Zelle N11 steht der Befehl =Log10(10/K11). Die absoluten Benford-Häufigkeiten berechne ich, indem ich in der Spalte O die relativen Benford-Häufigkeiten mit dem Wert aus L12 multipliziere. Ich schreibe in die Zelle O3 den Befehl =N3\*\$L\$12 und kopiere diesen nach unten bis in Zeile 11. Die Wahrscheinlichkeit, ob die beobachteten absoluten Ziffernhäufigkeiten aus einer Benford-Verteilung stammen, berechne ich mit dem Chi<sup>2</sup>-Test. Dazu gebe ich in die Zelle O12 den Befehl =CHIQU.TEST(L3:L11;O3:O11) ein (vgl. Tabelle 8). Dieser Wert gibt die Wahrscheinlichkeit an, dass die beobachtete Ziffernhäufigkeit aus einer Benford-Verteilung stammt. Ist dieser Wert größer als 5%, so würde ich eine Benford-Verteilung nicht ausschließen.

**Tabelle 8** Berechnung des Chi<sup>2</sup>-Wertes; Erweiterung von Tabelle 5 um die Spalten K (Anfangsziffer), L (absolute beobachtete Häufigkeit), M (relative beobachtete Häufigkeit), N (relative Benford-Häufigkeit), O (absolute Benford-Häufigkeit), die Summe der absoluten beobachteten Häufigkeiten in Zelle L12 und den Chi<sup>2</sup>-Wert in Zelle O12.

	K	L	M	N	O
1	<b>Anfangsziffer</b>	<b>abs Häufigkeit</b>	<b>rel Häufigkeit</b>	<b>rel Benford</b>	<b>abs Benford</b>
2	0	1			
3	1	1615	30,5%	30,1%	1594
4	2	995	18,8%	17,6%	933
5	3	637	12,0%	12,5%	662
6	4	520	9,8%	9,7%	513
7	5	380	7,2%	7,9%	419
8	6	349	6,6%	6,7%	355
9	7	300	5,7%	5,8%	307
10	8	257	4,9%	5,1%	271
11	9	243	4,6%	4,6%	242
12	<b>Summe der Ziffern 1 bis 9</b>	5296		<b>Chi<sup>2</sup>-Test</b>	25,7%

Durch die graphische Darstellung der beobachteten relativen Häufigkeiten und der Benford-Häufigkeiten erhalte ich die Abbildung 7.



**Abb. 7** Vergleich der beobachteten mit den Benford-Häufigkeiten der Anfangsziffern 1 bis 9 für den Hirsch mit der Halsbandnummer 16990 aus dem Rotwild-Telemetrie-Datensatz; Orange: beobachtete relative Häufigkeiten, Grün: Benford-Häufigkeiten.

Aus dem Diagramm lässt sich ablesen, dass die Anfangsziffer 1 deutlich häufiger vorkommt als alle anderen Ziffern. Weiters ist ersichtlich, dass die Ziffern um ihren theoretischen (Benford-) Wert schwanken. Ich frage mich, ob diese Schwankungen zufällig oder statistisch signifikant sind. Dazu berechne ich das 2-Sigma-Intervall für jede Ziffer mittels der Binomialverteilung. Ich erweitere dazu Tabelle 8 durch die Tabelle 9 und die Spalten P, Q und R. In die Zelle P3 schreibe ich den Befehl = 2\*WURZEL(N3\*(1-N3)/\$L\$12)) und in die Zelle Q3 den Befehl =N3-P3 und in R3 den Befehl=N3+P3.

**Tabelle 9** Berechnung des 2-Sigma-Intervalls; Erweiterung von Tabelle 8 um die Spalten P (2-Sigma), Q (Untergrenze des 2-Sigma Intervalls) und R (Obergrenze des 2-Sigma Intervalls).

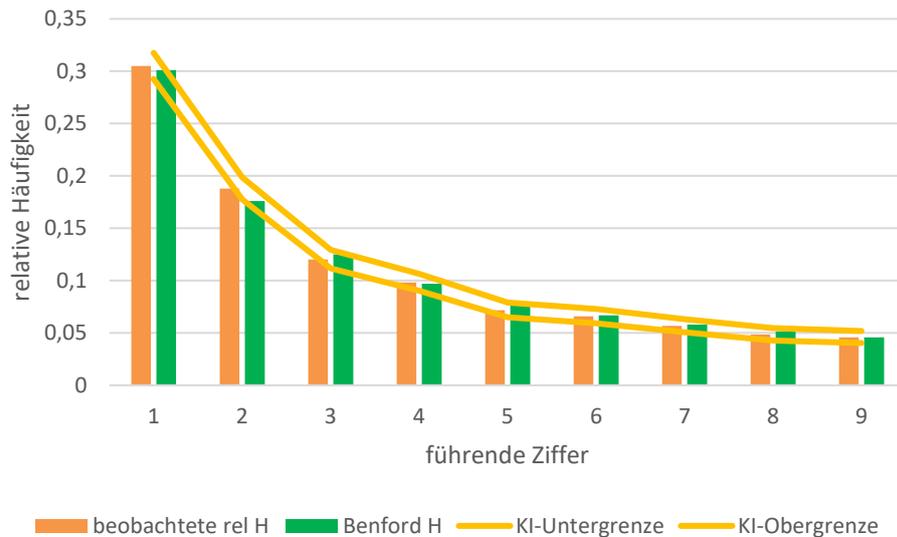
	K	...	P	Q	R
1	<b>Anfangsziffer</b>	...	<b>2-Sigma</b>	<b>Untergrenze</b>	<b>Obergrenze</b>
2	0	...			
3	1	...	1.3%	28.8%	31.4%
4	2	...	1.0%	16.6%	18.7%
5	3	...	0.9%	11.6%	13.4%
6	4	...	0.8%	8.9%	10.5%
7	5	...	0.7%	7.2%	8.7%
8	6	...	0.7%	6.0%	7.4%
9	7	...	0.6%	5.2%	6.4%
10	8	...	0.6%	4.5%	5.7%
11	9	...	0.6%	4.0%	5.2%

Statt dem 2-Sigma-Intervall der Binomialverteilung verwende ich das 95%-Clopper-Pearson Konfidenzintervall. Für jede Ziffer berechne ich die Untergrenzen in der Spalte S und die Obergrenzen in der Spalte T (vgl. Tabelle 10) mit Hilfe folgender Formeln:  $=\text{BETA.INV}(2,5\%;L3;\$L\$12-L3+1)$  und  $=\text{BETA.INV}(97,5\%;L3+1;\$L\$12-L3)$  in den Zellen S3 bzw. T3 und kopiere diese anschließend bis in Zeile 11.

**Tabelle 10** Berechnung des 95%-Clopper-Pearson Konfidenzintervalls; Erweiterung von Tabelle 9 um die Spalten S (Untergrenze des 95% Clopper-Pearson Konfidenzintervalls) und T (Obergrenze des 95% Clopper-Pearson Konfidenzintervalls).

	K	...	S	T
1	Anfangsziffer	...	95%-Clopper-Pearson Untergrenze	95%-Clopper-Pearson Obergrenze
2	0	...		
3	1	...	29,3%	31,8%
4	2	...	17,7%	19,9%
5	3	...	11,2%	12,9%
6	4	...	9,0%	10,7%
7	5	...	6,5%	7,9%
8	6	...	5,9%	7,3%
9	7	...	5,1%	6,3%
10	8	...	4,3%	5,5%
11	9	...	4,0%	5,2%

Der Chi-Quadrat Test „verschmiert“ alle Ziffern in einer gemeinsamen Zahl. Mit Hilfe der Konfidenzintervalle kann ich sehen, welche Ziffern signifikant (nur 5% liegen außerhalb) vom Benford Wert abweichen. Dies kann grafisch wie in Abbildung 8 durch Angabe der unteren und oberen Grenze des Clopper-Pearson-Konfidenzintervalls verdeutlicht werden.



**Abb. 8** Vergleich der beobachteten mit den Benford-Häufigkeiten, sowie dem Clopper-Pearson-Konfidenzintervallen der Anfangsziffern 1 bis 9 für den Hirsch mit der Halsbandnummer 16990 aus dem Rotwild-Telemetrie-Datensatz; Orange: beobachtete relative Häufigkeiten. Grün: Benford-Häufigkeiten. Gelb: Clopper-Pearson-95% Konfidenzintervall (KI) jeder Ziffer.

Statt einer grafischen Überprüfung kann ich testen welche Anfangsziffern im Intervall von Spalte Q bis R liegen. Dazu erweitere ich Tabelle 10 um Tabelle 11 und die Spalte U. In diese schreibe ich ein Plus („+“) wenn die beobachtete relative Häufigkeit der Ziffer im Clopper-Pearson-95%-KI liegt, sonst ein Minus („-“). Dazu schreibe ich in die Zelle U3 den Befehl `=WENN(S3<=M3;WENN(M3<=T3;“+“;“-“);“-“)` und kopiere diesen nach unten bis in Zeile 11.

**Tabelle 11** Überprüfung, ob Ziffern im Konfidenzintervall liegen; Erweiterung von Tabelle 10 um die Spalte U. Hier werden die einzelnen Ziffern geprüft, ob sie im 95%-Konfidenzintervall (KI) von Clopper-Pearson liegen. „+“ bedeutet die Ziffer liegt innerhalb, „-“ bedeutet die Ziffer liegt außerhalb.

	K	L	M	...	S	T	U
1	<b>Anfangsziffer</b>	...	<b>rel Häufigkeit</b>	...	<b>95%-Clopper-Pearson Untergrenze</b>	<b>95%-Clopper- Pearson Obergrenze</b>	<b>Ziffer OK</b>
2	0	...		...			
3	1	...	30,5%	...	29,3%	31,8%	+
4	2	...	18,8%	...	17,7%	19,9%	+
5	3	...	12,0%	...	11,2%	12,9%	+
6	4	...	9,8%	...	9,0%	10,7%	+
7	5	...	7,2%	...	6,5%	7,9%	+
8	6	...	6,6%	...	5,9%	7,3%	+
9	7	...	5,7%	...	5,1%	6,3%	+
10	8	...	4,9%	...	4,3%	5,5%	+
11	9	...	4,6%	...	4,0%	5,2%	+

Dieses Excel Tabellenblatt stellt das Grundgerüst für alle Berechnungen betreffend den euklidischen Abstand in der Ebene dar. Es müssen nur die neuen Daten der anderen Individuen in die Spalten A bis G kopiert werden. Für die entsprechenden Positionsänderungen im Raum wird dieses Excel File kopiert, umbenannt und die Formel in I2 entsprechend angepasst.

### 3.7. *Verteilung der Anfangsziffern von Teildatensätzen*

Ich wähle aus dem Datensatz kleinere Datensätze aus und untersuche die Verteilung der Anfangsziffern in den gefilterten Datensätzen. Wie verhalten sich die Anfangsziffern, wenn ich nur die Positionsänderungen in der Nacht betrachte? Oder: sind die Anfangsziffern Benford-verteilt, wenn ich nach den einzelnen Monaten (Sommer-Winter) filtere? Am interessantesten sind die Daten in einem 7-Tages

Zeitraum. Vom Beginn der Aufzeichnung betrachte ich die Positionsänderungen innerhalb der nächsten sieben Tage. Anschließend die nächsten sieben Tage usw. Ich kann mir vorstellen, der Hirsch schreibt ein „Fahrtenbuch“ von Woche zu Woche. Allerdings schreibt er nur regelmäßig seine derzeitige Position auf, anstatt der tatsächlich zurückgelegten Entfernung. Die Aufzeichnungen innerhalb von 7 Tagen erhalten im Mittel ca. 65 Positionsänderungen. Nicht alle 7-Tages Datensätze haben den gleichen Umfang, weil der Start der Aufzeichnung und das Ende unterschiedlich sind und weil Positionsdaten ausfallen können, wenn kein GPS-Signal gesendet wird.

### 3.8. *Simulation Chi<sup>2</sup>-Test und Konfidenzintervalle der einzelnen Ziffern*

In diesem Kapitel sollen die Konfidenzintervalle der einzelnen Ziffern und der Chi<sup>2</sup>-Wert mit simulierten Benford-verteilten Daten in Excel näher erklärt werden. Dies dient zum besseren Verständnis dieser Begriffe und kann auch zur weiterführenden Analyse der Daten verwendet werden. Ich orientiere mich bei dem Simulations-Beispiel ebenfalls an dem Hirsch mit der Halsbandnummer 16990. Anstatt der beobachteten 5296 Positionsänderungen simuliere ich 5296 Anfangsziffern welche Benford-verteilt sind. Ich erstelle dazu ein neues Excel File und schreibe in die Zelle B2 den Befehl =10^ZUFALLSZAHL(). Diesen Befehl kopiere ich bis in die Zeile 5297. In der Spalte C extrahiere ich die Anfangsziffer. Dazu schreibe ich in die Zelle C2 den Befehl =LINKS(B2;1)\*1 und kopiere diesen bis ans Ende der Tabelle. Nach Kapitel 3.1 weiß ich, dass die Anfangsziffern in der C-Spalte Benford-verteilt sind. Als nächstes berechne ich die absoluten und relativen Häufigkeiten der Ziffern 1-9 für den konkreten simulierten Datensatz in den Spalten E und F und die erwarteten Benford-Häufigkeiten (relative und absolute) in den Spalten G und H, analog zum Vorgehen aus Kapitel 3.6. In der Spalte I berechne ich für jede Ziffer das Abweichungsquadrat zwischen simulierter absoluter Häufigkeit und erwarteter absoluter Häufigkeit und dividiere diesen Ausdruck durch die erwartete absolute Häufigkeit. Konkret stehen in den Zellen der Zeile 2 also:

E2: =ZÄHLENWENN(C:C;D2). In E11 steht =Summe(E2:E10).

F2: =E2/\$E11

G2: =log10(D3/D2), kopieren bis in Zeile 9. In G10 steht: =log10(10/D10)

H2: =G2\*\$D\$11

I2: =(E2-H2)^2/H2. In I11 steht =Summe(I2:I10).

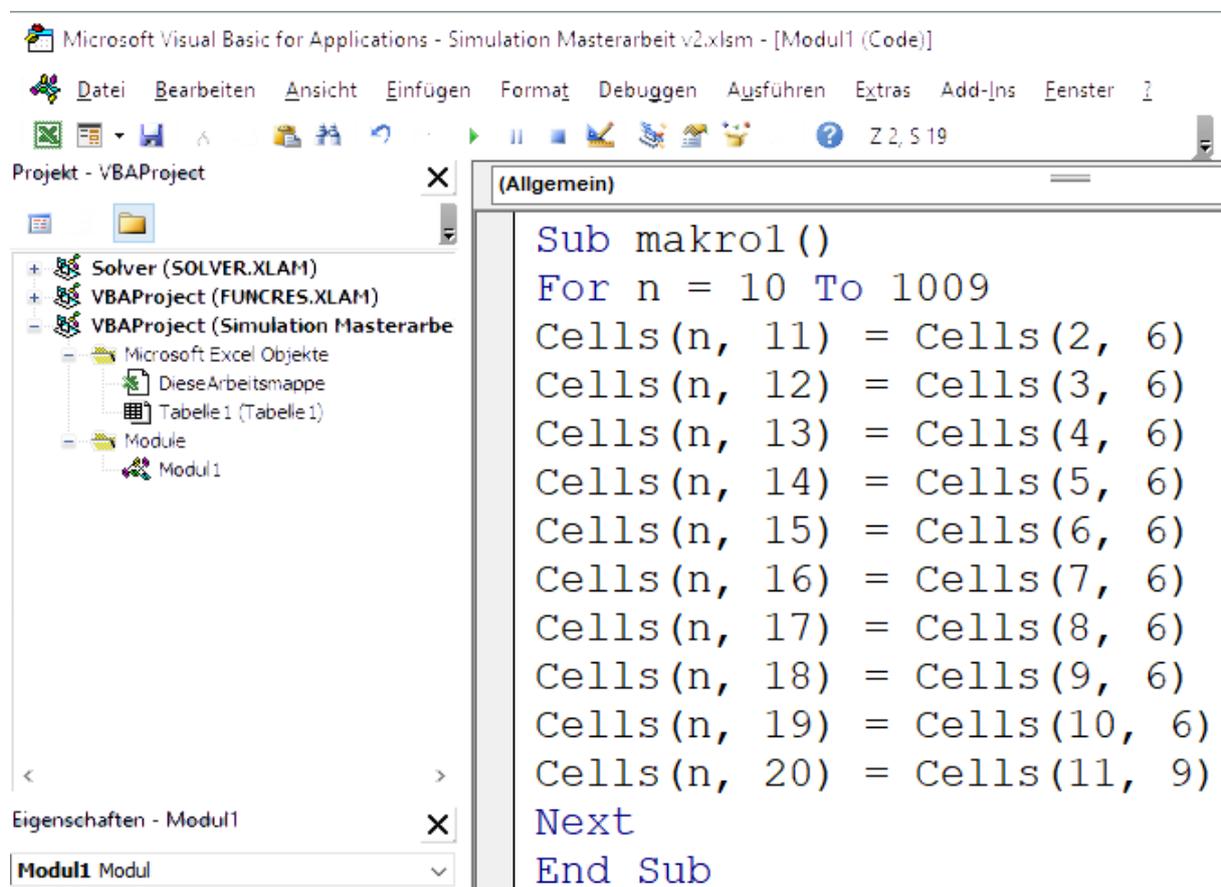
Beim Arbeiten mit den simulierten Daten fällt nun auf, dass diese sich bei jeder neuen Eingabe ändern. Diese Änderungen treten auf, weil der Befehl „Zufallszahl“ dynamisch ist und sich praktisch jede neue Eingabe innerhalb des Tabellenblattes auf die Zufallszahlen auswirkt. Die relativen Häufigkeiten, die ich berechnet habe, sollten theoretisch den Benford-Häufigkeiten entsprechen. Allerdings ist das nicht unbedingt exakt der Fall, da es sich zwar um simulierte Daten aber dennoch um eine Stichprobe handelt welche gewissen Schwankungen unterliegt. Tabelle 12 zeigt die bisherigen Schritte der Simulation.

**Tabelle 12** Simulation von Benford-verteilten Anfangsziffern am Beispiel des Hirsches mit der Halsbandnummer 16990 aus dem Rotwil-Telemetry-Datensatz, Nummer (Nr.), simulierte Ziffern (Simuliert), Anfangsziffern (AZ), Ziffer(n) 1-9, absolute (abs sim H) und relative simulierte Häufigkeiten (rel sim H), Summe der absoluten Häufigkeiten, erwartete absolute (abs B) und relative Häufigkeiten (rel B), Abweichungsquadrate der absoluten Häufigkeiten dividiert durch erwartete Werte (Abwq/erw) und absoluter Chi-Quadrat Wert.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Nr.	Simuliert	AZ	Ziffer	abs sim H	rel sim H	rel B	abs B	Abwq/erw
2	1	1,48	1	1	1653	0,312	0,301	1594	0,059
3	2	4,02	4	2	866	0,163	0,176	933	0,012
4	3	2,74	2	3	646	0,121	0,124	662	1,128
5	4	3,59	3	4	481	0,090	0,096	513	1,553
6	5	5,19	5	5	441	0,083	0,079	419	0,105
7	6	1,18	1	6	361	0,068	0,066	355	0,201
8	7	4,43	4	7	321	0,060	0,057	307	2,014
9	8	7,76	7	8	267	0,050	0,051	271	1,936
10	9	1,83	1	9	260	0,049	0,045	242	3,550
11	10	2,97	2	<b>Summe</b>	5296			<b>Chi<sup>2</sup>-Wert</b>	10,56
12	11	...	...						

Durch Betätigen der Taste F9 werden alle Zufallszahlen und damit Anfangsziffern, absolute und relative simulierte Häufigkeiten und Chi<sup>2</sup>-Wert für eine neue Stichprobe vom Umfang 5296 berechnet. Indem die relativen Häufigkeiten jeder Stichprobe notiert werden, kann die Schwankungsbreite der relativen Häufigkeiten bereits grob abgeschätzt werden. D.h. ich kann für die relative Häufigkeit jeder Ziffer ein Konfidenzintervall ermitteln. Analog ist ersichtlich, wie groß der Chi<sup>2</sup>-Wert jeder Stichprobe ausfällt. Mithilfe der F9-Taste ist dies aber nicht besonders präzise möglich, weshalb ich ein Makro erstelle. Dieses schreibt die relativen Häufigkeiten jeder Ziffer und den Chi<sup>2</sup>-Wert einer konkreten Stichprobe in das Excel-Tabellenblatt. Dazu wechsle ich zunächst über die Tastenkombination Alt+F11 in die Visual Basic of

Applications-Ansicht (vgl. Abbildung 9). Hier gehe ich auf Einfügen > Modul um ein neues Projekt zu starten. In dem Modul schreibe ich den Text von Abbildung 9. Das Makro macht dann folgendes: Für die erste Stichprobe werden die relativen Häufigkeiten der Ziffern 1 bis 9 in die Zellen K10 bis S10 geschrieben. In der Zelle T10 steht der Chi<sup>2</sup>-Wert. Durch das Schreiben in das Excel-File werden neue Zufallszahlen berechnet und es entsteht eine neue Stichprobe von 5296 Zahlen. Für die nächste Stichprobe schreibt das Makro die entsprechenden Zahlen in die nächste Zeile, d.h. in die Zellen K11 bis T11. Insgesamt generiere ich 1000 Stichproben, werte diese aus und notiere mir deren Ergebnisse in den Zellen K10 bis T1009.



**Abb. 9** Eingabefenster zur Makro-gestützten Simulation von Konfidenzintervallen für die relativen Häufigkeiten der Benford-verteilten Anfangsziffern 1 bis 9 und dem zugehörigen Chi<sup>2</sup>-Wert.

Anschließend speichere ich die Datei als „Arbeitsmappe mit Makros“-File und starte das Makro, indem ich auf „Makros → makro1 → Ausführen“ gehe. Von den erhaltenen 1000x10 Ergebnissen berechne ich, wie in Tabelle 13 dargestellt, das Minimum,

Maximum, Mittelwert, 2,5%- und 97,5%-Quantil. Ich sehe, dass die Ziffer 1 mit einer minimalen Häufigkeit von > 28% und einer maximalen Häufigkeit von < 33% auftritt. Die Quantile, als Beispiel für die Ziffer 1, lassen sich mit dem Befehl =QUANTIL.EXKL(K10:K1009;2,5%) bzw. =QUANTIL.EXKL(K10:K1009;97,5%) berechnen. 95% der simulierten Benford-Werte liegen zwischen den beiden Quantils-Grenzen.

**Tabelle 13** Deskriptive Statistik der simulierten, Benford-verteilten Anfangsziffern; Erweiterung von Tabelle 12 um die Spalten J-T. J: Minimum (min), 2,5%-Quantil (2,5%-Q), Mittelwert (MW), 97,5%-Quantil (97,5%-Q) und Maximum (max), K-S: Ziffern 1-9, T: Chi<sup>2</sup>-Wert.

	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
1	<b>Ziffer</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>Chi<sup>2</sup></b>
2	<b>min</b>	0,282	0,160	0,112	0,083	0,067	0,055	0,048	0,042	0,038	1,06
3	<b>2,5%-Q</b>	0,291	0,168	0,117	0,090	0,073	0,061	0,052	0,046	0,041	2,16
4	<b>MW</b>	0,301	0,176	0,125	0,097	0,079	0,067	0,058	0,051	0,046	7,94
5	<b>97,5%-Q</b>	0,311	0,185	0,132	0,103	0,085	0,072	0,063	0,056	0,051	17,32
6	<b>max</b>	0,320	0,191	0,140	0,110	0,092	0,079	0,069	0,062	0,055	28,84

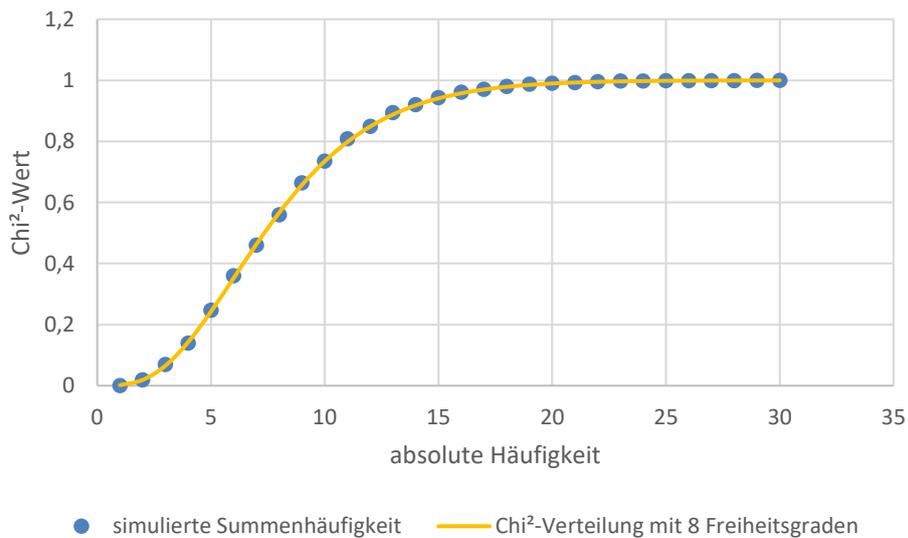
Mithilfe der Simulation und meinem Makro lässt sich auch die Chi<sup>2</sup>-Verteilung mit 8 Freiheitsgraden für die Chi<sup>2</sup>-Werte numerisch ermitteln. Es muss daher nicht unbedingt bekannt sein, dass die Chi<sup>2</sup>-Werte eine Verteilung besitzen. Nämlich eine durch mathematische Formeln beschreibbare Chi<sup>2</sup>-Verteilung mit 8 Freiheitsgraden. Der Chi<sup>2</sup>-Wert ist immer positiv und im obigen Fall ist der maximale Wert < 29. Ich wähle daher Klassen von 0 bis 30 mit Schrittweite 1 und bestimme die Häufigkeiten der simulierten Chi<sup>2</sup>-Werte der einzelnen Klassen. Ich erweitere dazu Tabelle 13 um die Tabelle 14 und die Spalten U bis Y. In V2 bis V31 steht der Befehl =HÄUFIGKEIT(T10:T1009;U2:U31). Dieser Matrixbefehl wird mit Strg + Shift + Enter abgeschlossen und zählt wie viel Chi<sup>2</sup>-Werte in den einzelnen Klassen (Intervalle [i,i+1)) liegen. In W2 steht die Formel V2/1000. Da die relativen Häufigkeiten stark schwanken, berechne ich außerdem die kumulierte Summenhäufigkeit. In der Spalte X werden daher die Wahrscheinlichkeiten aufaddiert. Daher steht in X2 der Befehl =SUMME(\$W\$2:W2). In Y stehen die theoretischen kumulierten Werte der Chi<sup>2</sup>-

Verteilung mit 8 Freiheitsgraden. Dazu schreibe ich in Y2 den Befehl =CHIQU.VERT(U2;8;WAHR). Alle Formeln aus Zeile 2 werden bis in Zeile 31 kopiert.

**Tabelle 14** Ermittlung der Verteilung von Chi<sup>2</sup>-Werten bei 1000 simulierten Stichproben; Erweiterung der Tabelle 13. Klassen, absolute Häufigkeiten: wie oft ein simulierter Chi<sup>2</sup>-Wert in der Klasse [i,i+1) liegt, relative Häufigkeiten: absolute Häufigkeit dividiert durch 1000, relative Summenhäufigkeit und zum Vergleich die theoretische Chi<sup>2</sup>-Verteilung mit 8 Freiheitsgraden.

	U	V	W	X	Y
1	<b>Klasse</b>	<b>absolute H</b>	<b>relative H</b>	<b>relative SH</b>	<b>theoretische Chi<sup>2</sup>-V</b>
2	1	0	0	0	0,001751623
3	2	19	0,019	0,019	0,018988157
...	...	...	...	...	...
31	30	0	0	1	0,999788621
32	<b>Summe</b>	1000			

Wie erwartet zeigt die Abbildung 10 eine fast vollständige Übereinstimmung der kumulierte Summenhäufigkeit mit der Chi<sup>2</sup>-Verteilung mit 8 Freiheitsgraden.

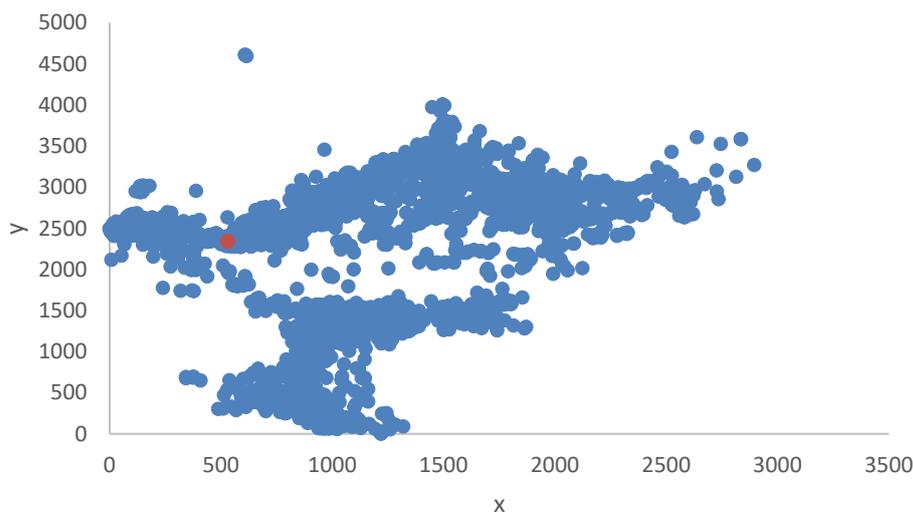


**Abb. 10** Simulation von Chi<sup>2</sup>-Verteilung und kumulierter Summenhäufigkeit; Chi<sup>2</sup>-Verteilung mit 8 Freiheitsgraden (blaue Punkte), kumulierte Summenhäufigkeit von Chi<sup>2</sup>-Werten (gelbe Linie) für 1000 simulierte Benford verteilten Stichproben vom Umfang 5296.

Somit kann die Simulation auch benutzt werden um andere Prüfgrößen zu testen.

### 3.9 Bewegungssimulation

Der Hirsch mit der Halsbandnummer 16990 bewegt sich in einem Rechteck mit x-Ausdehnung von 2896m und y-Ausdehnung von 4611m. Abbildung 11 stellt das simulierte Bewegungsmuster dieses Hirsches graphisch dar.



**Abb. 11** Bewegungssimulation des Hirsches mit der Halsbandnummer 16990 aus dem Rotwild-Telemetrie-Datensatz; 5301 Positionsdaten in einem Gebiet welches sich in x-Richtung um ca. 3km und in y-Richtung um ca.4,5km erstreckt (im Zeitraum von 2016 bis 2018). Blau: Positionsdaten des Hirsches, rot: Standort einer Winterfütterung.

Ich simuliere die zufällige Bewegung in einem Rechteck von [0,0] bis [3000,4500] mit dem Befehl `Zufallsbereich(min;max)` in Excel, berechne daraus die Positionsänderungen, zähle wie oft jede der Anfangsziffern 1 bis 9 vorkommt und analysiere mit Hilfe des Chi<sup>2</sup>-Tests wie wahrscheinlich es ist, dass die Anfangsziffern Benford-verteilt sind. Der Aufbau der Tabelle ist analog zu Kapitel 3.6. Die x-Positionen werden mit dem Befehl `=ZUFALLSBEREICH(0;3000)` die y-Positionen mit dem Befehl `=ZUFALLSBEREICH(0;4500)` simuliert. Einmal simuliere ich 5296 Positionsänderungen / Anfangsziffern, das zweite Mal 65. Wenn ich 10.000 Versuche mit 5296 Anfangsziffern durchführe, so liefert der Chi<sup>2</sup>-Test nie einen Wert >5%. Untersuche ich aber nur 65 Positionsänderungen (bei der 7Tages-Analyse besteht ein

untersuchtes Intervall im Durchschnitt aus 65 Werten), so liefern ca. 50% der Simulationen einen Chi<sup>2</sup>-Test-Wert >5%.

## 4. Ergebnisse

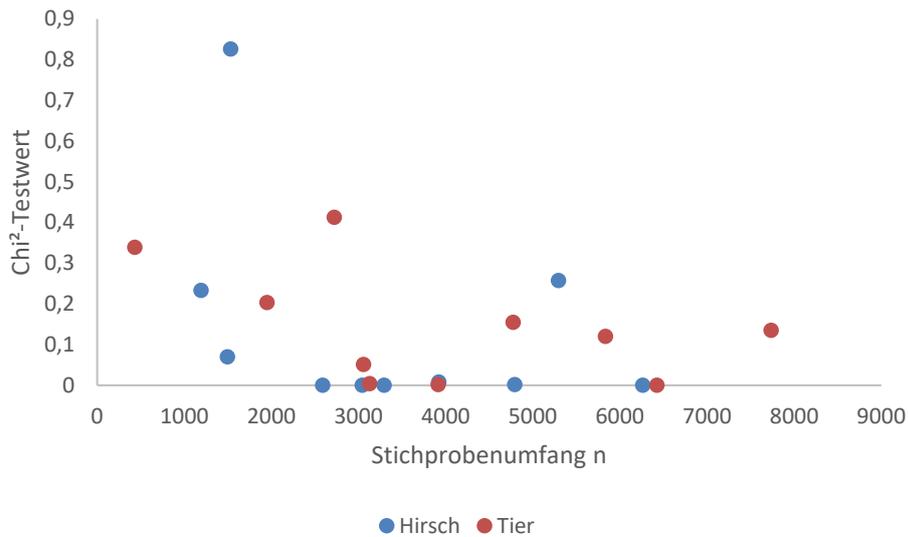
Alle in Kapitel 3 beschriebenen Benford-Analysen (Chi<sup>2</sup>-Tests) ergaben insgesamt 4781 Ergebnisse. Diese große Menge an Resultaten würde aber den Rahmen dieses Kapitels sprengen. Deshalb gehe ich auf die Analyse der vollständigen Datensätze der einzelnen Rothirsche ein und betrachte bei den gefilterten Analysen nur die Ergebnisse der 7-Tages-Datensätze. Ein Grund hierfür ist, dass sich die Ergebnisse der anderen Analysen nicht deutlich von denen der 7-Tagesbasis unterscheiden.

### 4.1 Vollständige Rotwild-Datensätze

Werden die vollständigen Datensätzen betrachtet, so liegt, wie Tabelle 15 zeigt, der durchschnittliche Chi<sup>2</sup>-Wert für alle Individuen und die Positionsänderungen in der Ebene bei 0,141 bzw. für den Raum bei 0,107. Bei den Hirschen allein sind die Ergebnisse 0,140 und 0,091. Werden nur die Tiere betrachtet, sind diese 0,142 und 0,124, entsprechend für die Ebene und den Raum. Es gibt also keinen wesentlichen Unterschied zwischen den Geschlechtern. Nicht alle Datensätze haben einen Chi<sup>2</sup>-Wert größer als 5%. Das Ergebnis ist uneinheitlich: 4 von 10 Hirsch-Datensätzen bzw. 7 von 10 Tier-Datensätzen, in Bezug auf die Positionsänderungen in der Ebene, haben einen Chi<sup>2</sup>-Test-Wert höher als 5%. Diese sind mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 5% Benford-verteilt. Weiters fällt auf, dass der Chi<sup>2</sup>-Test-Wert mit wachsendem Stichprobenumfang fällt (vgl. Abbildung 12).

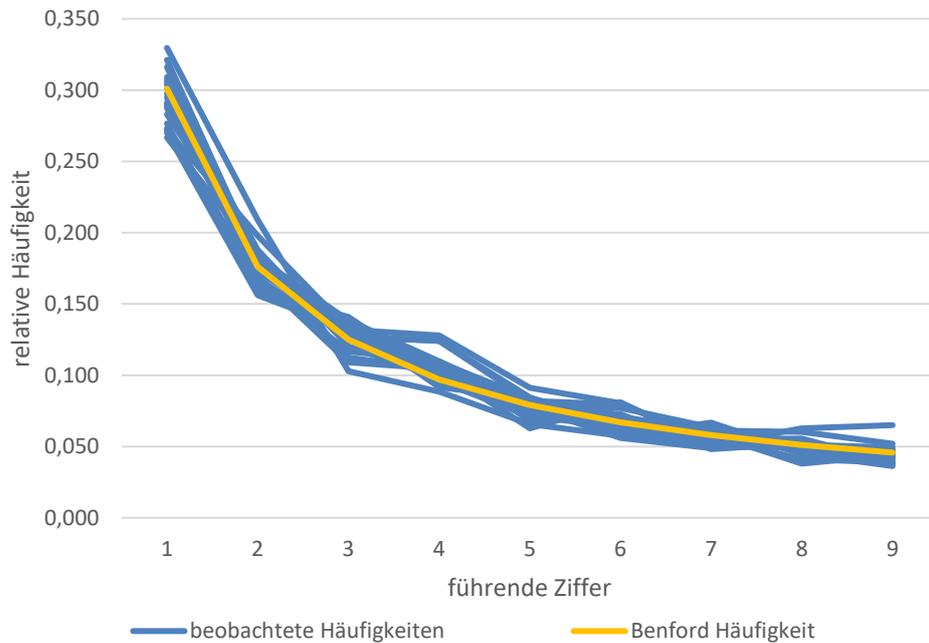
**Tabelle 15** Ergebnistabelle der ungefilterten Benford-Analyse des Rotwild-Telemetrie-Datensatzes; Halsbandnummern, Stichprobengröße (n) und Chi<sup>2</sup>-Werte, sowie Mittelwerte der Benford-Analyse der Positionsänderungen (2D: in der Ebene, 3D: im Raum) von zehn männlichen (Hirsche) und zehn weiblichen (Tiere) Rothirschen.

<b>Hirsch</b>	<b>n/Positionsänderungen</b>	<b>Chi<sup>2</sup>-Wert (2D)</b>	<b>Chi<sup>2</sup>-Wert (3D)</b>
16990	5296	0,257	0,000
16993	1533	0,826	0,604
16994	3922	0,008	0,014
16996	4792	0,002	0,000
16997	2588	0,000	0,000
17000	6264	0,000	0,000
17001	3295	0,000	0,000
17025	1193	0,233	0,112
22995	3044	0,000	0,000
22996	1496	0,070	0,182
<b>Mittelwert</b>	3342,3	0,140	0,091
<b>Tier</b>	<b>n/Positionsänderungen</b>	<b>Chi<sup>2</sup>-Wert (2D)</b>	<b>Chi<sup>2</sup>-Wert (3D)</b>
16984	4773	0,155	0,351
16987	3914	0,002	0,002
16988	3058	0,051	0,081
16989	3127	0,004	0,000
16991	2721	0,413	0,302
16992	431	0,339	0,448
16995	7738	0,135	0,000
16998	6427	0,000	0,000
16999	1948	0,203	0,003
17002	5833	0,120	0,048
<b>Mittelwert</b>	3997	0,142	0,124
<b>gesamter Mittelwert</b>	3670	0,141	0,107



**Abb. 12** Chi<sup>2</sup>-Testwerte abhängig vom Stichprobenumfang der 20 Rothirschen aus dem Telemetrie-Datensatz; getrennt nach Geschlecht; Blau: Hirsch, Rot: Tier (eigene Darstellung in Excel).

Wie Abbildung 13 zeigt, weichen die beobachteten Ziffernhäufigkeiten der Positionsänderungen in der Eben graphisch zwar von den genauen Benford-Häufigkeiten ab, nähern sich aber in ihrer Form sehr stark dieser an.



**Abb. 13** Vergleich Benford-Verteilung mit beobachteten Häufigkeiten von Anfangsziffern bei Bewegungsdaten in der Ebene der 20 Rothirsche aus dem Telemetrie-Datensatz; Benford-Verteilung (gelb), beobachtete Häufigkeiten (blau).

Wie auch aus Tabelle 16 ersichtlich, ist die Ziffer mit der größten Häufigkeit immer die 1 (Rangtest). Im Konfidenzintervall der Benford-Häufigkeiten lagen die Ziffer 1 zu 65%, 2 zu 75%, 3 zu 75%, 4 zu 68%, 5 zu 80%, 6 zu 73%, 7 zu 75%, 8 zu 93% und die 9 zu 75%. Bei den Datensätzen mit einem  $\chi^2$ -Wert kleiner als 5% liegen dennoch 3 bis 7 (Mittelwert=6) Ziffern im Konfidenzintervall.

**Tabelle 16** Ergebnisse der Berechnung, ob beobachtete Häufigkeit von Anfangsziffern der Positionsänderungen aus dem Rotwild-Telemetrie-Datensatz im Konfidenzintervall liegen; Halsbandnummer (Nummer), Positionsänderung (PosÄ) in der Ebene (2D) und im Raum (3D), 95%-Konfidenzintervall für Benford-verteilte Anfangsziffern (+: beobachtete Häufigkeit liegt im Konfidenzintervall, -: nicht), Rangtest (Häufigste Ziffer).

Nummer	PosÄ	Ziffer OK									Rangtest
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	
16990	2D	+	-	+	+	-	+	+	+	+	1
16993	2D	+	+	+	+	+	+	+	+	+	1
16994	2D	-	+	-	+	+	+	-	+	+	1
16996	2D	+	+	-	+	+	-	-	+	+	1
16997	2D	-	-	-	+	-	+	+	+	+	1
17000	2D	-	-	+	-	-	-	-	+	+	1
17001	2D	-	+	+	-	+	-	+	+	+	1
17025	2D	+	+	+	+	+	+	+	+	+	1
22995	2D	-	+	+	-	+	+	+	+	+	1
22996	2D	-	-	+	+	+	+	+	+	+	1
16984	2D	+	+	+	+	+	+	+	+	-	1
16987	2D	+	+	+	+	+	-	+	+	-	1
16988	2D	+	+	+	-	-	+	+	+	+	1
16989	2D	+	+	-	-	+	+	+	-	+	1
16991	2D	+	+	+	+	+	+	-	+	+	1
16992	2D	+	+	+	+	+	+	+	+	+	1
16995	2D	+	+	-	+	+	+	+	+	+	1
16998	2D	-	-	+	-	+	+	+	+	-	1
16999	2D	+	+	+	+	+	+	+	-	+	1
17002	2D	+	+	-	+	+	+	+	+	+	1
16990	3D	+	-	+	+	+	+	-	+	-	1
16993	3D	+	+	+	+	+	+	+	+	-	1
16994	3D	+	-	+	+	+	-	+	+	+	1
16996	3D	+	+	-	-	+	-	-	+	-	1
16997	3D	+	-	+	-	+	-	-	-	+	1
17000	3D	-	-	+	-	-	-	+	+	+	1
17001	3D	+	+	+	-	+	+	+	+	+	1
17025	3D	+	+	+	+	+	+	+	+	-	1
22995	3D	-	+	+	-	+	+	+	+	+	1
22996	3D	+	+	+	+	+	+	+	+	+	1
16984	3D	+	+	+	+	-	+	+	+	+	1
16987	3D	-	+	+	+	+	+	-	+	-	1
16988	3D	+	+	+	+	+	-	+	+	+	1
16989	3D	-	-	+	-	-	+	+	+	-	1
16991	3D	-	+	+	+	+	+	+	+	+	1
16992	3D	+	+	+	+	+	+	+	+	+	1
16995	3D	+	+	-	+	+	-	+	+	-	1
16998	3D	-	+	+	-	-	+	-	+	+	1
16999	3D	-	+	-	+	+	-	+	+	+	1
17002	3D	+	+	-	+	+	+	-	+	+	1

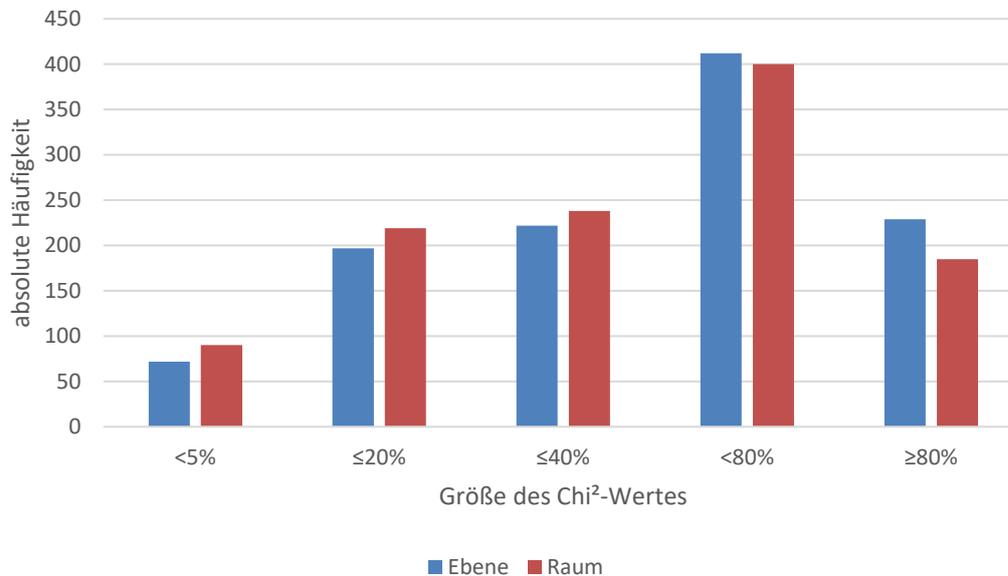
#### 4.2 Datensätze nach 7-Tagesbasis gefiltert

Bei der Einteilung der Daten auf 7-Tagesbasis ergeben sich insgesamt, für alle Individuen zusammen, 2264 Ergebnisse, die im Durchschnitt 65 Positionsänderungen umfassen. Werden diese Daten gefiltert, wie Tabelle 17 zeigt, ergeben sich Stichprobengrößen von 481 (Daten\_2D/3D\_<70 kg) bis 1302 (Daten\_Alle\_≥70 kg). Unabhängig von der Filterung der 7-Tagesdaten, liegt der Chi<sup>2</sup>-Wert, zur Prüfung auf Benford-Verteilung, immer bei über 40%.

**Tabelle 17** Daten-Filtereinstellung, Stichprobengröße (n) und Chi<sup>2</sup>-Mittelwerte des auf Benford-Verteilung geprüften und 7-Tagesbasis basierenden Rotwild-Telemetrie-Datensatzes; Filtereinstellungen: Alle-kein Filter, 2D-Positionsänderungen in der Ebene, 3D-Positionsänderungen im Raum, Tier-weibliche Individuen, Hirsch-männliche Individuen, <10 Jahre-unter 10 Jahre alte Individuen, ≥10 Jahre-mindestens 10 Jahre alte Individuen, <70 kg-unter 70kg schwere Individuen, ≥70 kg-mindestens 70kg schwere Individuen.

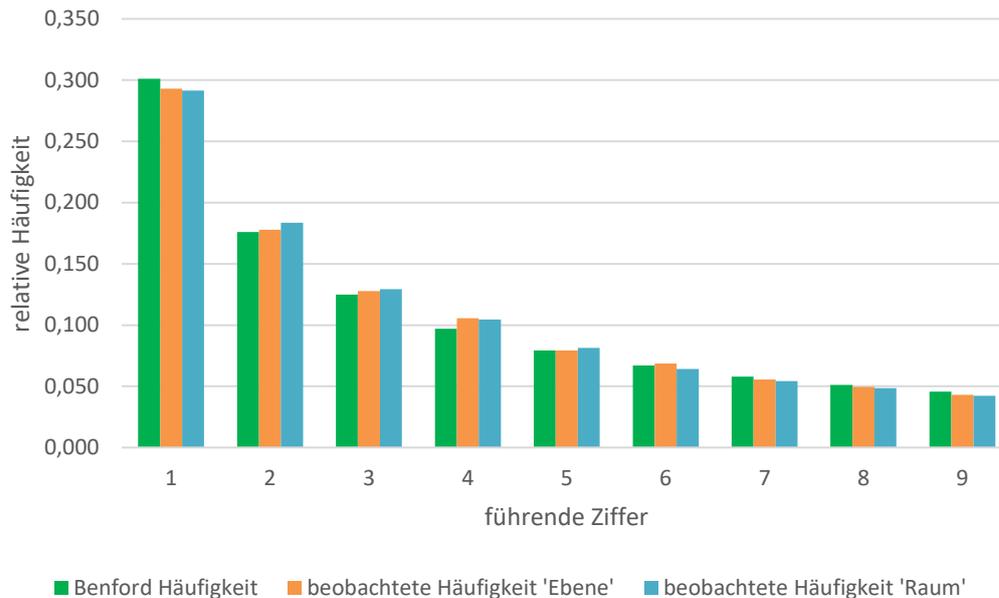
Daten gefiltert	n	Chi <sup>2</sup> -Mittelwert
Daten_Alle	2264	0,482
Daten_2D_Alle	1132	0,479
Daten_3D_Alle	1132	0,444
Daten_Alle_Tier	1188	0,482
Daten_Alle_Hirsch	1076	0,480
Daten_2D_Tier	594	0,479
Daten_2D_Hirsch	538	0,483
Daten_3D_Tier	594	0,456
Daten_3D_Hirsch	538	0,430
Daten_Alle_<10 Jahre	1162	0,476
Daten_Alle_≥10 Jahre	1102	0,482
Daten_2D_<10 Jahre	581	0,475
Daten_2D_≥10 Jahre	551	0,479
Daten_3D_<10 Jahre	581	0,441
Daten_3D_≥10 Jahre	551	0,447
Daten_Alle_<70 kg	962	0,482
Daten_Alle_≥70 kg	1302	0,480
Daten_2D_<70 kg	481	0,479
Daten_2D_≥70 kg	651	0,483
Daten_3D_<70 kg	481	0,452
Daten_3D_≥70 kg	651	0,438

Werden alle 2264 Datensätze betrachtet, so haben nur 128 einen Chi<sup>2</sup>-Wert kleiner 5%. Bei Filterung der Daten nach Positionsänderungen in der Ebene (2D) sind dies 72, nach Positionsänderungen im Raum (3D) 56. Weiterhin beinhalten die 2D-Daten 8 und die 3D-Daten 1 Chi<sup>2</sup>-Wert von 100%. Abbildung 14 zeigt eine ausführlichere Darstellung der Häufigkeiten verschieden großer Chi<sup>2</sup>-Werte.



**Abb. 14** Absolute Häufigkeiten von unterschiedlich großen Chi<sup>2</sup>-Werten des auf Benford-Verteilung geprüften und 7-Tagesbasis basierenden Rotwild-Telemetrie-Datensatzes; Ebene: Daten basieren auf Positionsänderungen in der Ebene (blau), Raum: Daten basieren auf Positionsänderungen im Raum (rot).

Es zeigt sich, dass ein Chi<sup>2</sup>-Wert von unter 5%, welcher zur Ablehnung der Beford-Verteilung führen würde, nur bei einem geringen Teil der Daten auftritt. Die weitaus häufigsten Werte liegen zwischen 40% und 80%. Aus Abbildung 15 ist gleichermaßen ersichtlich, dass die Verteilung der Daten der Benford-Verteilung sehr ähnlich ist. Die Häufigkeiten der Ziffern 2 bis 5 sind allerdings, besonders bei den 3D-Daten, etwas größer und die der Ziffern 1, 7, 8 und 9 etwas kleiner.



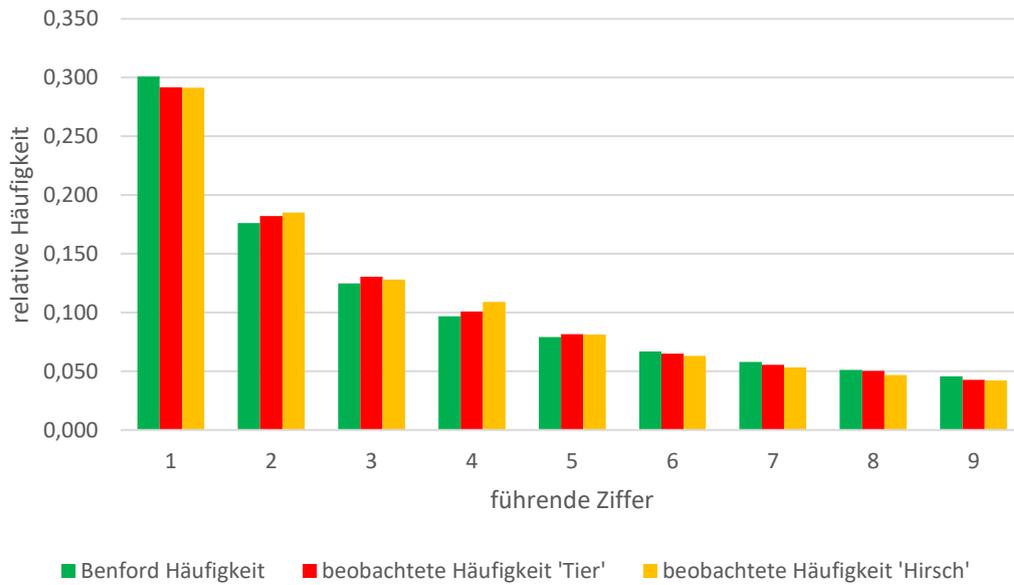
**Abb. 15** Relative Häufigkeiten der führenden Ziffern des auf Benford-Verteilung geprüften und 7-Tagesbasis basierenden Rotwild-Telemetrie-Datensatzes; Benford-Häufigkeiten (grün), 'Ebene': Daten basieren auf Positionsänderungen in der Ebene (orange), 'Raum': Daten basieren auf Positionsänderungen im Raum (blau).

In allen Fällen ergab der Rang-Test, dass die 1 die häufigste führende Ziffer ist. Aus den bisherigen Ergebnissen wird deutlich, dass sich die Anfangszifferverteilung der Positionsänderungen im Raum und in der Ebene nicht wesentlich unterscheiden. Aufgrund dessen werden im Folgenden nur die Ergebnisse für die Berechnungen im Raum beschrieben und die dazugehörige, ausführliche Excel-Ergebnistabelle im Anhang zur Verfügung gestellt. Aus Platzgründen wurden allerdings nicht alle Spalten übernommen. Der endgültige Aufbau entspricht Tabelle 18 mit allen beschriebenen Ergebnissen. Dabei entspricht jede Zeile einem Teilergebnis von einem Wochenzeitraum.

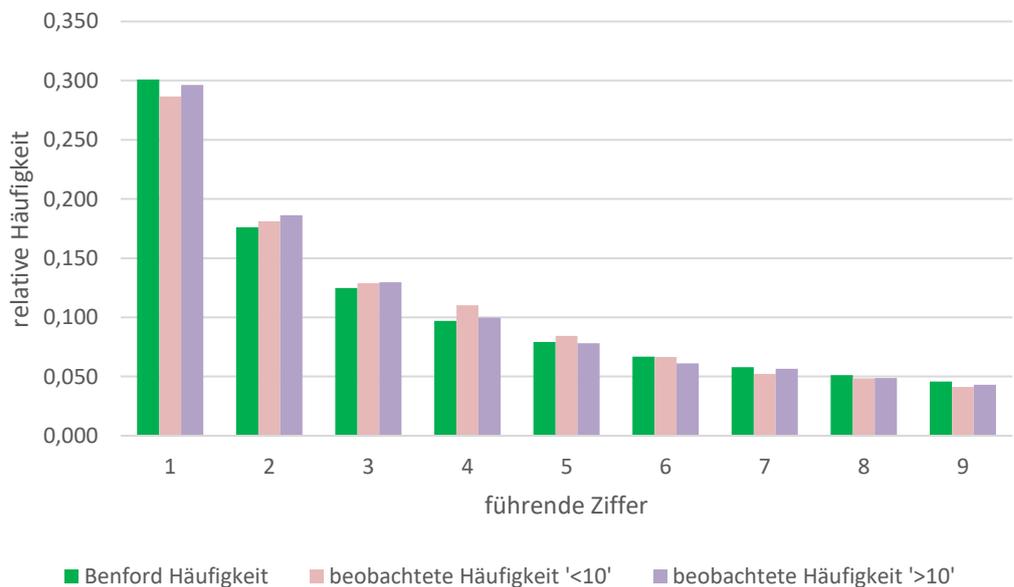
**Tabelle 18** Aufbau des Excel Ergebnis Files des auf Benford-Verteilung geprüften und 7-Tagesbasis basierenden Rotwild-Telemetrie-Datensatzes; Halsbandnummer, absolute beobachtete Häufigkeiten der Anfangsziffern 1 bis 9, n-Anzahl der Positionsänderungen (im Raum), Chi<sup>2</sup>-Wert des Chi<sup>2</sup>-Tests, untere und obere Grenze des Konfidenzintervalls der jeweiligen Zifferhäufigkeiten.

Nr	abs beob H			n	Chi <sup>2</sup>	untere KG			obere KG		
	1	...	9			1	...	9	1	...	9
16990	15	...	2	56	81%	10,4	...	0,0	24,5	...	7,7
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

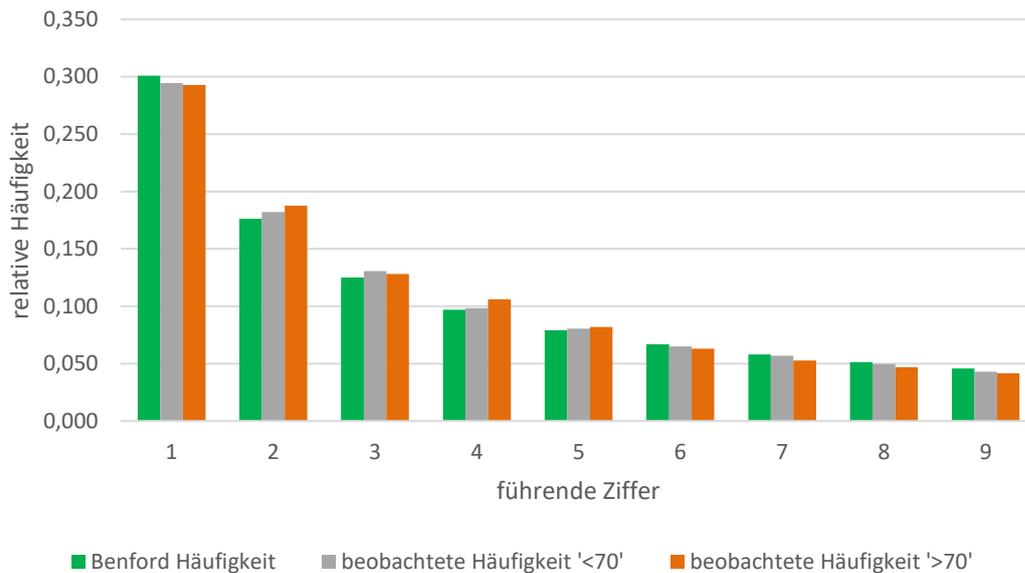
In den Abbildungen 16, 17 und 18 werden die Benford-Häufigkeiten mit den Zifferhäufigkeiten der drei Klassen Geschlecht, Alter und Gewicht der besenderten Rothirsche verglichen. Sowohl die Zifferhäufigkeiten der Unterklasse „Tier“ als auch die der Unterklasse „Hirsch“ nähern sich stark der Benford-Verteilung an. Diese sind jedoch bei den Ziffern 2 bis 5 etwas zu groß und bei den Ziffern 1 und 6 bis 9 etwas zu klein. Ein ähnliches Verteilungsmuster zeigen die Daten der Klasse Alter. Hier gibt es allerdings größere Differenzen zwischen den Unterklassen „<10“ und „>10“. Die Unterklassen „<70“ und „>70“ zeigen ebenfalls eine etwas geringere Häufigkeit bei den Ziffern 1, 6, 7, 8 und 9, und eine etwas größere Häufigkeit bei den Ziffern 2, 3, 4 und 5.



**Abb. 16** Relative Häufigkeiten der führenden Ziffern des auf Benford-Verteilung geprüften und 7-Tagesbasis basierenden Rotwild-Telemetry-Datensatzes (nach Geschlecht); Benford-Häufigkeiten (grün), 'Tier': Daten basieren auf Positionsänderungen von weiblichen Individuen im Raum (rot), 'Hirsch': Daten basieren auf Positionsänderungen von männlichen Individuen im Raum (gelb).



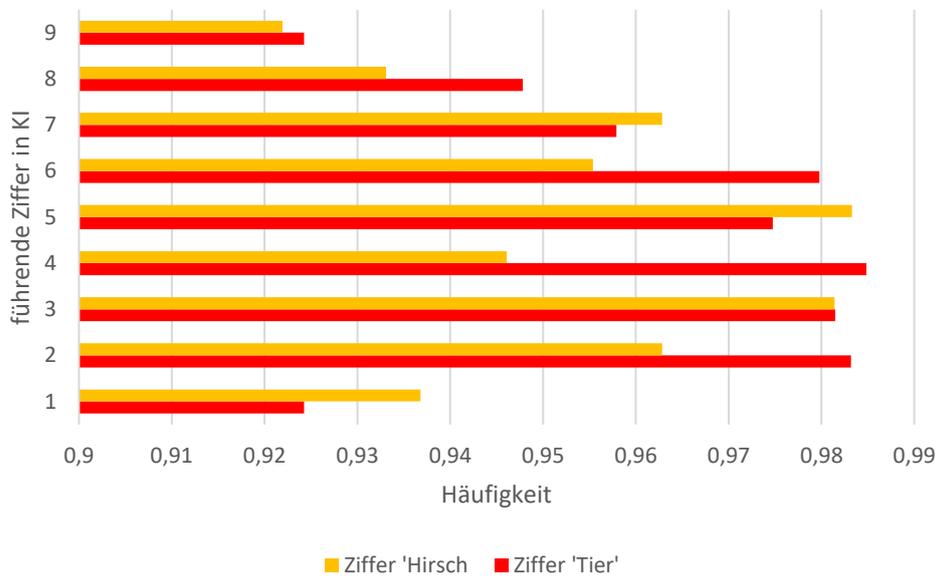
**Abb. 17** Relative Häufigkeiten der führenden Ziffern des auf Benford-Verteilung geprüften und 7-Tagesbasis basierenden Rotwild-Telemetry-Datensatzes (nach Alter); Benford-Häufigkeiten (grün), '<10': Daten basieren auf Positionsänderungen von unter 10 Jahren alten Individuen im Raum (rosa), '>10': Daten basieren auf Positionsänderungen von mindestens 10 Jahren alten Individuen im Raum (lila).



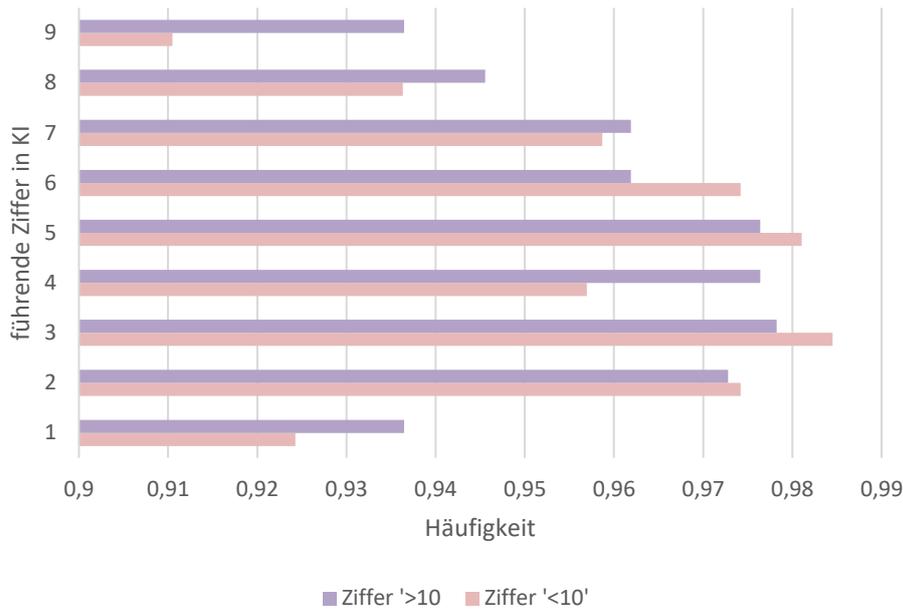
**Abb. 18** Relative Häufigkeiten der führenden Ziffern des auf Benford-Verteilung geprüften und 7-Tagesbasis basierenden Rotwild-Telemetrie-Datensatzes (nach Gewicht); Benford-Häufigkeiten (grün), '<70': Daten basieren auf Positionsänderungen von unter 70 kg schweren Individuen im Raum (grau), '>70': Daten basieren auf Positionsänderungen von mindestens 70 kg schweren Individuen im Raum (braun).

Ergänzend zu dem Vergleich der beobachteten Zifferhäufigkeiten mit den konkreten Benford-Häufigkeiten, zeigen die Abbildungen 19, 20 und 21 inwieweit die beobachteten Werte in den Konfidenzintervallen der Benford-Werte liegen. Für die Ziffern 2, 4, 6, 8 und 9 zeigt die Unterklasse „Hirsch“ eine geringere Häufigkeit dafür, dass die Ziffern im jeweiligen Konfidenzintervall liegen, als die Unterklasse „Tier“. Bei den Ziffern 1, 5 und 7 ist das Gegenteil der Fall. Die Ziffer 3 liegt bei beiden Unterklassen gleich häufig im Konfidenzintervall. Bei der Klasse Alter liegen die Ziffern 2, 3, 5 und 6 bei <10 Jahren und die Ziffern 1, 4, 7, 8 und 9 bei  $\geq 10$  Jahren öfter im Konfidenzintervall. In der Unterklasse „<70“ liegen die Ziffern 2, 4, 6, 7, 8 und 9 häufiger im Konfidenzintervall und der Unterklasse „>70“ die Ziffern 1, 3 und 5. Darüber hinaus fällt bei Betrachtung der Häufigkeitsverteilungen bei allen drei Klassen auf, dass die Häufigkeiten für die Ziffern 2 bis 6 am größten sind. Von der Ziffern 1 und 9 sind die Häufigkeiten am geringsten. Insgesamt liegen die Werte alle über 90%. In 71% der Fälle lagen alle Zahlen (jeweils von 1 bis 9) innerhalb des Konfidenzintervalls. Bei den

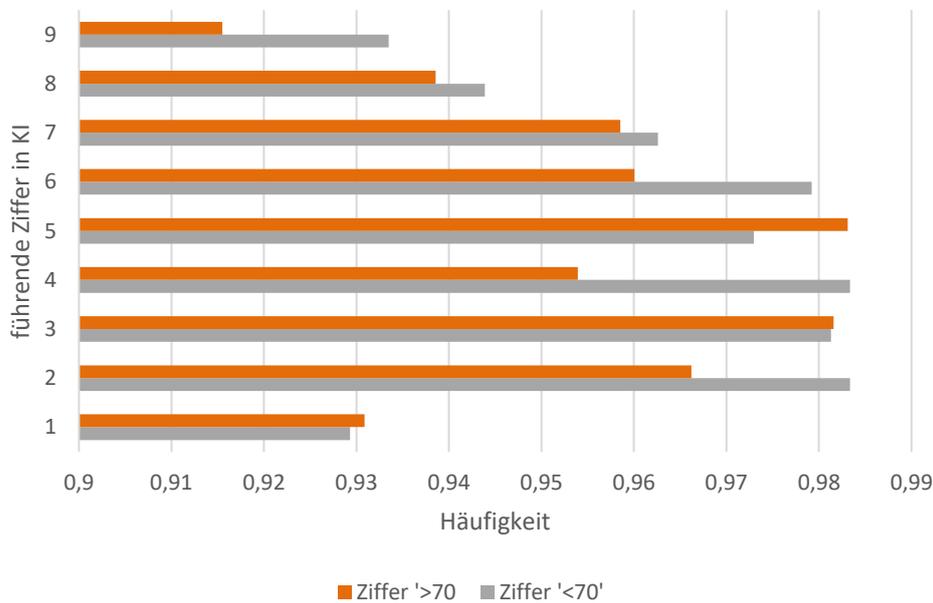
Intervallen, die einen Chi<sup>2</sup>-Wert von weniger als 5% haben, liegen immerhin 4 bis 9 (Mittelwert=7,5) Ziffern im zugehörigen Konfidenzintervall.



**Abb. 19** Relative Häufigkeiten, wie oft führende Ziffern des auf Benford-Verteilung geprüften und 7-Tagesbasis basierenden Rotwild-Telemetrie-Datensatzes innerhalb des jeweils vorgegeben Konfidenzintervalls liegen (nach Geschlecht); Ziffer 'Hirsch': Daten basieren auf Positionsänderungen von männlichen Individuen im Raum (gelb), Ziffer 'Tier': Daten basieren auf Positionsänderungen von weiblichen Individuen im Raum (rot).



**Abb. 20** Relative Häufigkeiten, wie oft führende Ziffern des auf Benford-Verteilung geprüften und 7-Tagesbasis basierenden Rotwild-Telemetrie-Datensatzes innerhalb des jeweils vorgegeben Konfidenzintervalls liegen (nach Alter); Ziffer '>10': Daten basieren auf Positionsänderungen von mindestens 10 Jahre alten Individuen im Raum (lila), Ziffer '<10': Daten basieren auf Positionsänderungen von unter 10 Jahre alten Individuen im Raum (rosa).



**Abb. 21** Relative Häufigkeiten, wie oft führende Ziffern des auf Benford-Verteilung geprüften und 7-Tagesbasis basierenden Rotwild-Telemetrie-Datensatzes innerhalb des jeweils vorgegeben Konfidenzintervalls liegen (nach Gewicht); Ziffer '>70': Daten basieren auf Positionsänderungen von mindestens 70 kg schweren Individuen im Raum (braun), Ziffer '<70': Daten basieren auf Positionsänderungen von unter 70 kg schweren Individuen im Raum (grau).

## 5. Diskussion

Die Ergebnisse dieser Arbeit haben gezeigt, dass die Nullhypothese

$H_0$ : Die Bewegungsdaten von Rotwild folgen der Benford-Verteilung

auf keinen Fall abzulehnen ist. Bei den einzelnen Tieren ist das zwar nicht immer der Fall, doch im Mittel liegen die  $\chi^2$ -Werte deutlich über dem Signifikanzniveau von 5%. Abbildung 12 zeigt, dass die  $\chi^2$ -Werte mit steigendem Stichprobenumfang tendenziell fallen. Dies beruht auf der Erwartung, dass bei größerem Stichprobenumfang die Daten genauer an die Benford-Verteilung angenähert sind. Im Falle der 7-Tages-Analyse ist eine Verwerfung der Nullhypothese noch deutlich unwahrscheinlicher. Dies wird nicht nur durch  $\chi^2$ -Werte von mindestens 40%, sondern auch durch eine mindestens 90%ige Häufigkeit, dass die Ziffern im Konfidenzintervall liegen, deutlich. Im Ergebnisteil bin ich nur auf die Resultate der ungefilterten Daten und die der 7-Tagesbasis eingegangen. Bei der Untersuchung der Daten nach Jahren, Monaten und Tageszeiten (nicht dargestellt) liegen die  $\chi^2$ -Werte größtenteils zwischen 30% und 40%. Sie sind also etwas niedriger als bei den Wochendaten aber dennoch relativ hoch. Zudem gibt es auch hier keinen wesentlichen Unterschied zwischen den Berechnungen der Positionsänderungen in der Ebene und den Positionsänderungen im Raum. Es gibt zwei Gründe, weshalb ich mich bei der Ergebnisbeschreibung auf die Wochendaten konzentriert haben. Zum einen sind die Ergebnisse hier eindeutiger. Zum anderen ist anzunehmen, dass die Einteilungen der Besenderungszeiträume in 7-Tages-Intervalle unabhängiger und somit vergleichbarer ist als die Einteilung in Jahre, Monate oder Tageszeiten. Letztere Einteilung könnte die Gleichwertigkeit der Einzelergebnisse hinsichtlich Wetter- (Jahr), Vegetations- (Monat) und Verhaltensänderungen (Tageszeit) verzerren.

Das Benford-Gesetz bzw. die Benford-Verteilung ist schon länger nicht mehr nur eine Idee der theoretischen Mathematik. Tatsächlich wurde dieses Gesetz schon in vielen verschiedenen Anwendungsbereichen untersucht und seine Existenz bestätigt. Aus vielen naturwissenschaftlichen Bereichen, wie der Biologie, der Physik und der Medizin ist das Gesetz der ersten Ziffer bekannt (vgl. Docampo et al. 2009, Shukla et al. 2017, Özkundakci&Pingram 2019, Schüpfer et al. 2012). Mit dem Benford-Gesetz gibt es darüber hinaus eine Möglichkeit Manipulationen aufzudecken. Am Beispiel der

Manipulation von medizinischen Daten, ist hier auch die fortwährende Covid-19-Pandemie zu nennen. Mehrere Studien haben gezeigt, dass verfälschte Infektions- und Todeszahlen im Zusammenhang mit dem Sars-Cov-2-Virus mithilfe einer Benford-Analyse identifiziert werden können. (Silva&Filho 2020, Zhang 2020, Idrovo&Manrique-Hernández 2020) Zudem hat das Benford-Gesetz längst eine Dimension im Steuer- und Rechtswesen erreicht. Insgesamt ist die Aussagekraft von Chi<sup>2</sup>-Test und Benford-Gesetz beim Aufdecken von Manipulationen umstritten. Es kann aber festgehalten werden, dass die genannten Methoden allgemein eher als hinweisliefernd für weitere Untersuchungen anzusehen sind. Außerdem sollte ihre Zweckmäßigkeit für den Einzelfall beurteilt werden. (Weder 2020) Brähler et al. (2011) beschreiben in ihrer Arbeit das Thema Fahrtenbücher und geben an, dass diese ordnungsgemäß geführt dem Benford-Gesetz entsprechen. Fahrtenbücher dienen dazu, berufliche und vor allem private Fahrten mit einem vom Arbeitgeber zur Verfügung gestellten Kfz offen zu legen. Der Arbeitnehmer ist somit verpflichtet von der Übernahme des Fahrzeuges über alle Kilometerstände und Fahrstrecken lückenlos Buch zu führen und diese wahrheitsgemäß als dienstlich oder nicht-dienstlich zu benennen. Diese Methode dient dazu, den geldwerten Vorteil zu ermitteln. Es mag nicht besonders verwundern, dass Fahrtenbücher ein gewisses Potential zur Manipulation durch den Arbeitnehmer bergen. Brähler et al. (2011) führen die Prüfung von Fahrtenbüchern auf Benford-Verteilung als Instrument zur Aufdeckung von Manipulationen und als Anlass zur weiteren Überprüfung an. Die Beobachtung, dass die Kilometerstände eines Fahrzeuges der Benford-Verteilung entsprechen, hat mich schließlich zu der Frage geführt: Gilt dies auch für Bewegungsdaten von Wildtieren?

Obwohl das Benford-Gesetz in vielen Bereichen nachgewiesen wurde, ist es dennoch nicht selbstverständlich bzw. universell. Am Beispiel von Erdbeben-Daten haben Pietronero et al. (2001) gezeigt, dass dieses Phänomen nicht immer zutrifft. Selbst wenn die 1 eindeutig die häufigste Ziffer ist, gibt dies keine Garantie auf Benford-Verteilung. Darüber hinaus haben Dorneich (2009) und Brähler et al. (2011) einige Kriterien an die Daten genannt, welche auf Benford-Verteilung geprüft werden sollen. An dieser Stelle sollen diese daher in Bezug auf den Rotwild-Telemetrie-Datensatz diskutiert werden. Alle untersuchten Daten haben dieselbe Größe und Einheit, nämlich zunächst GPS-Koordinaten [x,y,z] und dann Positionsänderungen [mm]. Eine fest vorgegebene Wertober- und -untergrenze gibt es in dem Sinne nicht. Natürlich kann

eine Positionsänderung nicht negativ sein und ein Rothirsch kann auch wohl nicht eine Strecke von Moskau bis Paris zurücklegen. Aber das war es wohl auch nicht, was die Autoren gemeint haben. Die Entstehung der Daten wurde nicht von menschlicher Seite her beeinflusst und eine nachträgliche Manipulation ist ebenso auszuschließen. Es kann aber natürlich angemerkt werden, dass die Raumnutzung indirekt oder teilweise direkt mit menschlichen Aktivitäten im Untersuchungsgebiet im Zusammenhang steht. Ebenfalls wurde, wie von der Literatur angemerkt, der vollständig vorhandene Datensatz analysiert. Der Stichprobenumfang ist insgesamt groß genug, wobei er bei einigen Teil-Datensätzen schon geringer ist. Brähler et al. (2011) geben zudem das Kriterium an, dass ein Datensatz mehr kleine als große Zahlen beinhalten soll. Dies sei Ausdruck eines natürlichen Entstehungsprozesses. Dieses Kriterium ist für den analysierten Datensatz zu verneinen, da es etwas mehr große als kleine Zahlen gibt. Es ist natürlich die Frage, ob diese Bedingung wirklich wichtig oder ausschlaggebend ist. Zudem ist es schon ohne Betrachtung der Daten sicher, dass sie auf natürliche Weise entstanden sind.

Nun kann das Bedenken geäußert werden, ob das Auftreten der Benford-Verteilung in Falle des analysierten Rotwild-Datensatzes allein auf dieses mathematische Phänomen zurückzuführen ist oder es eine weniger spektakulärere Erklärung dafür gibt. Es ist in diesem Zusammenhang nachvollziehbar, dass ein Rothirsch, um sein „Ziel“ (Nahrung, Fortpflanzung, Schutz etc.) zu erreichen, eine möglichst geringe Distanz zurücklegt. So kann er effizient mit seinen Energiereserven haushalten. In diesem Sinne ist es vorstellbar, dass der Rothirsch beispielsweise eine Strecke von 100 m öfter wandert als eine Strecke von 200 m usw. bis 900 m. Auf diese Weise könnte für Zahlen innerhalb einer Größenordnung eine Benford-Verteilung zustande kommen. Wenn die Positionsänderungen, wie beim vorliegenden Datensatz, über sieben Größenordnungen gehen (von  $10^0$  bis  $10^6$  mm) und innerhalb jeder Größenordnung auf die beschriebene Weise eine Benford-Verteilung zustande gekommen ist, so ist der gesamte Datensatz (bei gleich vielen Werten innerhalb der Größenordnungen) ebenfalls Benford-verteilt. Um diesen Aspekt zu überprüfen, habe ich die Positionsdaten (2D) der gesamten Datensätze jedes Rothirsches nach Größenordnungen aufgeteilt und die jeweiligen Häufigkeiten der führenden Ziffern mit der Benford-Verteilung verglichen. Da die Stichproben der anderen Größenordnungen zu klein sind habe ich mir nur die Größenordnungen  $10^4$  und  $10^5$  angeschaut. Im

Ergebnis weichen diese deutlich stärker von der Benford-Verteilung ab als bei den vorherigen Ergebnissen. Die kleineren Ziffern sind auf jeden Fall am häufigsten vertreten und die  $10^4$ -Daten weichen weniger von der Benford-Verteilung ab als die  $10^5$ -Daten. Letzteres liegt wohl unter anderem daran, dass die Größenordnung  $10^4$  am meisten Positionsänderungen umfasst. Bei drei Individuen ergibt der  $\chi^2$ -Test der  $10^4$ -Datensätze sogar einen Wert von  $>5\%$ , dies steht bei zweien jedoch im Widerspruch zu den Werten der gesamten Datensätze. Das Auftreten des Benford-Gesetzes bei den untersuchten Rothwild-Datensätzen kann also nicht dadurch erklärt werden, dass ein Rothirsch zu einer energiesparenden Fortbewegung neigt.

Die Simulation der Positionsdaten des Hirsches mit der Halsbandnummer 16990 (vgl. 3.9) hat nur bei einer geringen Stichprobengröße (65) und nur bei der Hälfte der Simulationsdurchläufe zu einem  $\chi^2$ -Wert von  $>5\%$  geführt. Daraus folgt, dass durch gleichverteilte Zufallszahlen, wie in diesem Versuch, nur selten eine Benford-Verteilung zu Stande kommt. Dies kann nur durch „ $10^4$ “-verteilte Zufallszahlen erreicht werden. Da die Positionsdaten dieses Hirsches und auch einiger anderer dem Benford-Gesetz entsprechen, bewegen sie sich sehr wahrscheinlich nach einem  $10^4$ -Zufallszahl-Muster fort. Wenn die Rothirsche sich auf diese Weise fortbewegen, führt das natürlich zu der Frage: Wie ist das biologisch zu erklären? Eine Erklärungsansatz ist, dass jedes Individuum gewisse Orte häufiger aufsucht als andere. Solche Orte könnten im Untersuchungsgebiet die Winterfütterungen sein. Doch werden die nur im Winter aufgesucht und können so nicht allein für dieses Phänomen verantwortlich sein. Auch allgemein scheint dieser Ansatz unzureichend zu sein, um speziell eine Benford-Verteilung von Positionsdaten zu erklären. Um die biologischen Gründe herauszufinden bedarf es wohl noch deutlich mehr Untersuchungen in diesem Bereich. Andere Regionen, Lebensräume, Tierarten und vielleicht auch andere Aufnahmemethoden wären von weiterführendem Interesse. Auch wenn die Ursache für das Auftreten des Benford-Gesetzes bei Bewegungsdaten zunächst ungeklärt bleibt, sind die Ergebnisse dieser Arbeit allein schon recht erstaunlich. Bei über 1000 Wochen waren 93% auf diese Verteilung zurückzuführen. Dazu ein vergleichendes Experiment: 1000 Personen sollen 65 Zahlen aufschreiben. Bei kaum einer Person werden die Zahlen Benford-verteilt sein.

Da dies die erste Arbeit zum Benford-Gesetz im wildbiologischen Bereich ist, haben die Ergebnisse vielleicht das Potential den Weg für weitere Forschung in diesem

Zusammenhang zu ebnen. Dazu noch ein kurzer Ausblick mit zwei hypothetischen und praxisbezogenen Ansätzen. Falls die Benford-Verteilung von Bewegungsdaten von Wildtieren als natürlich beschrieben werden kann, dann kann, bei einer Population, eine beobachtete Abweichung von dieser möglicherweise auf eine Verhaltensänderung und der zugrundeliegende Störungsereignisse hinweisen. Außerdem ist es vielleicht denkbar, dass mit der Einbeziehung des Benford-Gesetzes in Modellen, die Simulation der Raumnutzung und Wanderungen von Tierarten verbessert werden kann. Diese Beispiele haben natürlich keine wissenschaftliche Grundlage und sind vielmehr als Forschungsanreiz gedacht. Auf jeden Fall hat diese Masterarbeit gewissermaßen eine neue Tür in Sachen Benford-Analyse aufgestoßen und erneut gezeigt, dass es sich hierbei um mehr als ein rein mathematisches Phänomen handelt.

## Abbildungsverzeichnis

Abb. 1 Graphische Darstellung der Häufigkeiten der Anfangsziffern 1-9 nach der Benford-Verteilung.....	- 7 -
Abb. 2 Fotos von besonderem Rotwild ( <i>Cervus elaphus</i> ).....	- 18 -
Abb. 3 Lineare Skala von 0 bis 100.....	- 21 -
Abb. 4 Logarithmische Skala über drei Zehnerpotenzen: $10^{-1}$ bis $10^2$ .....	- 22 -
Abb. 5 Gleichverteilte Zufallszahlen im Intervall $[0,1]$ . ....	- 23 -
Abb. 6 Logarithmische Skala und Größe von $z$ bei $10^z$ . ....	- 23 -
Abb. 7 Vergleich der beobachteten mit den Benford-Häufigkeiten der Anfangsziffern 1 bis 9 für den Hirsch mit der Halsbandnummer 16990 aus dem Rotwild-Telemetrie-Datensatz .....	- 33 -
Abb. 8 Vergleich der beobachteten mit den Benford-Häufigkeiten, sowie dem Clopper-Pearson-Konfidenzintervallen der Anfangsziffern 1 bis 9 für den Hirsch mit der Halsbandnummer 16990 aus dem Rotwild-Telemetrie-Datensatz .....	- 36 -
Abb. 9 Eingabefenster zur Makro-gestützten Simulation von Konfidenzintervallen für die relativen Häufigkeiten der Benford-verteilten Anfangsziffern 1 bis 9 und dem zugehörigen $\text{Chi}^2$ -Wert. ....	- 41 -
Abb. 10 Simulation von $\text{Chi}^2$ -Verteilung und kumulierter Summenhäufigkeit.....	- 43 -
Abb. 11 Bewegungssimulation des Hirsches mit der Halsbandnummer 16990 aus dem Rotwild-Telemetrie-Datensatz. ....	- 44 -
Abb. 12 $\text{Chi}^2$ -Testwerte abhängig vom Stichprobenumfang der 20 Rothirschen aus dem Telemetrie-Datensatz). ....	- 48 -
Abb. 13 Vergleich Benford-Verteilung mit beobachteten Häufigkeiten von Anfangsziffern bei Bewegungsdaten in der Ebene der 20 Rothirsche aus dem Telemetrie-Datensatz .....	- 49 -
Abb. 14 Absolute Häufigkeiten von unterschiedlich großen $\text{Chi}^2$ -Werten des auf Benford-Verteilung geprüften und 7-Tagesbasis basierenden Rotwild-Telemetrie-Datensatzes.....	- 52 -
Abb. 15 Relative Häufigkeiten der führenden Ziffern des auf Benford-Verteilung geprüften und 7-Tagesbasis basierenden Rotwild-Telemetrie-Datensatzes .....	- 53 -
Abb. 16 Relative Häufigkeiten der führenden Ziffern des auf Benford-Verteilung geprüften und 7-Tagesbasis basierenden Rotwild-Telemetrie-Datensatzes (nach Geschlecht). ....	- 55 -

Abb. 17 Relative Häufigkeiten der führenden Ziffern des auf Benford-Verteilung  
geprüften und 7-Tagesbasis basierenden Rotwild-Telemetrie-Datensatzes (nach  
Alter) ..... - 55 -

Abb. 18 Relative Häufigkeiten der führenden Ziffern des auf Benford-Verteilung  
geprüften und 7-Tagesbasis basierenden Rotwild-Telemetrie-Datensatzes (nach  
Gewicht) ..... - 56 -

Abb. 19 Relative Häufigkeiten, wie oft führende Ziffern des auf Benford-Verteilung  
geprüften und 7-Tagesbasis basierenden Rotwild-Telemetrie-Datensatzes innerhalb  
des jeweils vorgegeben Konfidenzintervalls liegen (nach Geschlecht)..... - 57 -

Abb. 20 Relative Häufigkeiten, wie oft führende Ziffern des auf Benford-Verteilung  
geprüften und 7-Tagesbasis basierenden Rotwild-Telemetrie-Datensatzes innerhalb  
des jeweils vorgegeben Konfidenzintervalls liegen (nach Alter) ..... - 58 -

Abb. 21 Relative Häufigkeiten, wie oft führende Ziffern des auf Benford-Verteilung  
geprüften und 7-Tagesbasis basierenden Rotwild-Telemetrie-Datensatzes innerhalb  
des jeweils vorgegeben Konfidenzintervalls liegen (nach Gewicht)..... - 58 -

## Tabellenverzeichnis

Tabelle 1 Projekt- bzw. biologische Daten der untersuchten Individuen, des Rotwild-Telemetrie-Datensatzes .....	- 20 -
Tabelle 2 Werte der Zehnerlogarithmen $\lg(z)$ , für $z = 1, 2, \dots, 10$ und der Differenzen $\lg((z+1)/z) = \lg(z+1) - \lg(z)$ .....	- 22 -
Tabelle 3 Auszug, der zur Benford-Analyse relevanten Parameter, des Hirsches mit der Halsbandnummer 16990 aus dem Rotwild-Telemetrie-Datensatz .....	- 26 -
Tabelle 4 Berechnung der Anfangsziffern.....	- 29 -
Tabelle 5 Umrechnung der Positionsänderungen in Millimeter.....	- 30 -
Tabelle 6 Stichprobenumfang der Hirsche aus dem Rotwild-Telemetrie-Datensatz.....	- 30 -
Tabelle 7 Stichprobenumfang der Tiere aus dem Rotwild-Telemetrie-Datensatz. ....	- 31 -
Tabelle 8 Berechnung des $\chi^2$ -Wertes.....	- 32 -
Tabelle 9 Berechnung des 2-Sigma-Intervalls .....	- 34 -
Tabelle 10 Berechnung des 95%-Clopper-Pearson Konfidenzintervalls .....	- 35 -
Tabelle 11 Überprüfung, ob Ziffern im Konfidenzintervall liegen .....	- 37 -
Tabelle 12 Simulation von Benford-verteilten Anfangsziffern am Beispiel des Hirsches mit der Halsbandnummer 16990 aus dem Rotwil-Telemetrie-Datensatz.....	- 40 -
Tabelle 13 Deskriptive Statistik der simulierten, Benford-verteilten Anfangsziffern.....	- 42 -
Tabelle 14 Ermittlung der Verteilung von $\chi^2$ -Werten bei 1000 simulierten Stichproben. ....	- 43 -
Tabelle 15 Ergebnistabelle der ungefilterten Benford-Analyse des Rotwild-Telemetrie-Datensatzes .....	- 47 -
Tabelle 16 Ergebnisse der Berechnung, ob beobachtete Häufigkeit von Anfangsziffern der Positionsänderungen aus dem Rotwild-Telemetrie-Datensatz im Konfidenzintervall liegen.....	- 50 -
Tabelle 17 Daten-Filtereinstellung, Stichprobengröße (n) und $\chi^2$ -Mittelwerte des auf Benford-Verteilung geprüften und 7-Tagesbasis basierenden Rotwild-Telemetrie-Datensatzes.....	- 51 -
Tabelle 18 Aufbau des Excel Ergebnis Files des auf Benford-Verteilung geprüften und 7-Tagesbasis basierenden Rotwild-Telemetrie-Datensatzes.....	- 54 -

## Formelverzeichnis

Formel 1 Berechnung des Chi <sup>2</sup> -Wertes. ....	- 24 -
Formel 2 2-Sigma-Konfidenzintervall mit Hilfe der Binomialverteilung; .....	- 25 -
Formel 3 Euklidischer Abstand zweier Positionsdaten in der Ebene. ....	- 27 -
Formel 4 Euklidischer Abstand zweier Positionsdaten im Raum. ....	- 27 -

## Literaturverzeichnis

- Auf-Jagd. *Steckbrief Rotwild* <https://doi.org/https://auf-jagd.de/steckbrief/rotwild-rothirsch/>. abgerufen am 19.05.2021
- Benford, F. (1938). The law of anomalous numbers. *Proceedings of the American philosophical society*, 551-572.
- Benker, H. (2014). *EXCEL in der Wirtschaftsmathematik*. 352-355: Springer. Wiesbaden.
- Bojarska, K., Kurek, K., Śnieżko, S., Wierzbowska, I., Król, W., Zyśk-Gorczyńska, E., . . . Okarma, H. (2020). Winter severity and anthropogenic factors affect spatial behaviour of red deer in the Carpathians. *Mammal Research*, 65(4), 815-823.
- Brähler, G., Bensmann, M., & Jakobi, H.-R. (2011). *Das Benfordsche Gesetz und seine Anwendbarkeit bei der digitalen Prüfung von Fahrtenbüchern*. Ilmenau: Technische Universität Ilmenau, Institut für Betriebswirtschaftslehre.
- Deutsche Wildtierstiftung. Rothirsch-König des Offenlandes. <https://www.deutschewildtierstiftung.de/wildtiere/rothirsch>. abgerufen am 19.05.2021
- Docampo, S., del Mar Trigo, M., Aira, M. J., Cabezudo, B., & Flores-Moya, A. (2009). Benford's law applied to aerobiological data and its potential as a quality control tool. *Aerobiologia*, 25(4), 275-283.
- Dorneich, A. (2009). Benfords Gesetz und seine Anwendung in der Betrugsaufdeckung.
- Dümbgen, L. (2016). Einführung in die Statistik. 41-48: Springer. Basel.
- Forschungsinformationssystem (FIS). (Universität für Bodenkultur Wien). *Integrales Wildtiermanagement nach Sturmschäden im Wald* [https://doi.org/https://forschung.boku.ac.at/fis/suchen.projekt\\_uebersicht?sprache\\_in=de&menue\\_id\\_in=300&id\\_in=10498](https://doi.org/https://forschung.boku.ac.at/fis/suchen.projekt_uebersicht?sprache_in=de&menue_id_in=300&id_in=10498). abgerufen am 26.04.2021
- Griesberger, P., Zandl, J., Obermair, L., Arnold, W., & Hackländer, K. (Mai 2020). Windwürfe und ihre Folgen. In *INTEGRALES ROTWILDMANAGEMENT – EIN BRÜCKENSCHLAG ZWISCHEN WISSENSCHAFT UND PRAXIS*. 32-34: Der Anblick.
- Griesberger, P., Zandl, J., Obermair, L., Arnold, W., & Hackländer, K. (Juni 2020). Jagen nach Daten. In *INTEGRALES ROTWILDMANAGEMENT – EIN BRÜCKENSCHLAG ZWISCHEN WISSENSCHAFT UND PRAXIS*. 34-37: Der Anblick.
- Griesberger, P., Zandl, J., Obermair, L., Arnold, W., & Hackländer, K. (September 2020). Stubenhocker und Weitwanderer. In *INTEGRALES ROTWILDMANAGEMENT – EIN BRÜCKENSCHLAG ZWISCHEN WISSENSCHAFT UND PRAXIS*. 28-31: Der Anblick.
- Griesberger, P., Zandl, J., Obermair, L., Stalder, G., Arnold, W., & Hackländer, K. (März 2021). Schritt für Schritt gemeinsam zum Ziel. In *INTEGRALES ROTWILDMANAGEMENT – EIN BRÜCKENSCHLAG ZWISCHEN WISSENSCHAFT UND PRAXIS*. 18-21: Der Anblick.
- Güttler, S., Thiemann, F., & Müller, R. A. E. (2012). Benfords Gesetz: Ein Qualitätstest für statistische Reihen angewendet auf Handelsdaten für Agrarprodukte. *Informationstechnologie für eine nachhaltige Landbewirtschaftung–Fokus: Forstwirtschaft*. 111-114.

- Hartmann, S., & Brinkert, D. (2018). Aufdeckung von Versicherungsbetrug bei Kfz-Schäden mit Hilfe des Benford-Tests. *Zeitschrift für die gesamte Versicherungswissenschaft*, 107(1), 41-59.
- Humenberger, H., & Schuppar, B. (2019). Mit Funktionen Zusammenhänge und Veränderungen beschreiben. 119-138: Springer. Berlin.
- Hüngerbühler, N. (2007). Benfords Gesetz über führende Ziffern: Wie die Mathematik Steuersündern das Fürchten lehrt. Eidgenössische Technische Hochschule Zürich (ETH).
- Idrovo, A. J., & Manrique-Hernández, E. F. (2020). <? covid19?> Data Quality of Chinese Surveillance of COVID-19: Objective Analysis Based on WHO's Situation Reports. *Asia Pacific Journal of Public Health*, 32(4), 165-167.
- Kühleitner, M., & Brunner, N. (2010). Benford-Gesetz und Chi-Quadrat-Test in Excel. 139: Wissenschaftliche Nachrichten.
- Lusk, E., J., & Halperin, M. (2014). Detecting Newcomb-Benford Digital Frequency Anomalies in the Audit Context: Suggested  $X^2$  Test Possibilities. 3: Sciedu Press.
- Newcomb, S. (1881). Note on the frequency of use of the different digits in natural numbers. *American Journal of mathematics*, 4(1), 39-40.
- Özkundakci, D., & Pingram, M. A. (2019). Nature favours "one" as the leading digit in phytoplankton abundance data. *Limnologia*, 78..
- Pietronero, L., Tosatti, E., Tosatti, V., & Vespignani, A. (2001). Explaining the uneven distribution of numbers in nature: the laws of Benford and Zipf. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 293(1-2), 297-304.
- Schüpfer, G., Hein, J., Casutt, M., Steiner, L., & Konrad, C. (2012). Vom Finanz-zum Wissenschaftsbetrug. *Der Anaesthetist*, 61(6), 537-542.
- Shukla, A., Pandey, A. K., & Pathak, A. (2017). Benford's distribution in extrasolar world: Do the exoplanets follow Benford's distribution? *Journal of Astrophysics and Astronomy*, 38(1)..
- Silva, L., & Figueiredo Filho, D. (2021). Using Benford's law to assess the quality of COVID-19 register data in Brazil. *Journal of public health*, 43(1), 107-110.
- Weder, D. (2020). Die digitale Betriebsprüfung. Diplomarbeit. Fachhochschule für öffentliche Verwaltung und Rechtspflege Meißen
- Weigand, C. (2019). *Statistik mit und ohne Zufall*. Springer. 199-321. 3. Auflage. Springer. Berlin.
- Zhang, J. (2020). Testing case number of coronavirus disease 2019 in China with Newcomb-Benford law. *Department of Physics, Princeton University*.

## Anhang

**Tabelle A1: Excel Ergebnis File** Ausführliche Ergebnistabelle der Benford-Analyse des auf Benford-Verteilung geprüften und nach 7-Tagesbasis gegliederten Rotwild-Telemetrie-Datensatzes; Halsbandnummer des jeweiligen Individuums (Nr), absolute beobachtete Häufigkeit der Anfangsziffern 1-9, Stichprobengröße (n=Positionsänderungen innerhalb von 7 Tagen), Chi<sup>2</sup>-Testwert, untere und obere Grenze des jeweiligen Konfidenzintervalls für die Anfangsziffern 1-9.

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit									n	Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9			1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16988	20	8	7	2	7	6	5	3	4	62	61	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	14	12	11	10	9	9	8	
16988	22	15	5	4	11	3	2	2	3	67	18	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
16988	21	13	8	6	2	9	3	4	3	69	55	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16988	18	13	5	8	5	7	5	5	1	67	66	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
16988	17	10	7	9	4	4	6	4	3	64	89	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
16988	22	16	11	6	2	5	1	4	5	72	52	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
16988	22	14	5	9	6	3	2	3	3	67	81	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
16988	19	13	8	6	6	6	4	2	3	67	99	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
16988	16	11	10	6	10	4	2	5	5	69	43	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16988	23	13	9	2	5	3	4	4	4	67	80	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
16988	18	8	5	4	8	6	3	3	9	64	2	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
16988	10	4	2	5	3	3	2	3	2	34	85	5	1	0	0	0	0	0	0	16	12	10	8	8	7	7	6	6	
16988	20	7	6	8	5	4	6	6	2	64	57	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16988	19	10	8	9	4	2	7	1	3	63	49	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
16988	26	11	11	4	4	5	3	4	2	70	83	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	13	12	11	10	9	9	
16988	17	8	14	7	7	0	6	4	4	67	15	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
16988	17	18	6	7	5	3	3	2	4	65	63	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
16988	18	9	10	8	9	3	3	1	5	66	45	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16988	16	12	12	11	6	3	4	4	1	69	50	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16988	24	13	7	9	4	5	2	3	2	69	89	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16988	21	9	8	7	4	6	7	1	3	66	66	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16988	18	17	7	9	3	5	4	2	3	68	73	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
16988	20	8	6	15	5	3	4	4	4	69	10	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16988	17	15	9	9	3	0	3	4	1	61	27	12	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	9	8	
16988	22	12	12	2	4	4	4	2	2	64	61	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
16988	23	13	11	7	4	4	2	2	3	69	93	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16988	24	9	7	10	5	2	3	1	3	64	54	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
16988	19	7	17	9	4	4	1	5	3	69	7	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16988	20	15	6	10	3	6	3	4	2	69	71	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16988	23	19	3	3	4	3	3	5	4	67	15	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16988	21	13	8	1	5	6	4	3	3	64	70	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
16988	23	10	13	9	5	2	1	5	1	69	30	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16988	27	13	8	2	6	6	3	4	3	72	68	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
16988	12	17	9	8	6	2	6	6	3	69	25	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16988	25	12	4	5	3	5	4	5	3	66	69	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16988	16	10	11	7	4	4	2	5	3	62	86	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	14	12	11	10	9	9	8	
16988	16	13	7	6	2	4	5	6	2	61	65	12	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	9	8	
16988	16	20	10	3	6	1	3	1	2	62	7	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	14	12	11	10	9	9	8	
16988	20	10	10	3	6	2	4	4	3	62	86	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	14	12	11	10	9	9	8	
16988	18	13	12	6	3	3	2	6	3	66	60	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16988	24	8	11	7	4	4	4	5	1	68	73	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
16988	24	11	5	4	1	4	2	6	6	63	12	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
16988	28	11	2	6	1	2	1	5	4	60	3	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	
16988	17	21	3	7	0	3	7	0	4	62	0	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	14	12	11	10	9	9	8	
16988	18	14	7	3	3	2	5	5	3	60	64	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	
16988	15	15	9	5	3	2	4	3	6	62	43	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	14	12	11	10	9	9	8	
16988	23	17	1	2	5	2	1	6	5	62	1	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	14	12	11	10	9	9	8	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16984	13	12	6	4	12	4	5	3	2	61	8	12	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	9	8	
16984	25	11	13	2	8	3	2	0	4	68	11	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
16984	17	11	12	8	5	4	6	3	2	68	85	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
16984	19	15	8	9	8	5	1	2	1	68	50	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
16984	22	10	9	5	5	2	4	5	4	66	92	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16984	16	12	3	5	4	4	1	8	2	55	8	10	1	0	0	0	0	0	0	24	17	13	11	10	9	9	8	8	
16984	20	12	9	6	8	3	3	3	4	68	96	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
16984	21	14	7	7	5	2	2	4	3	65	92	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
16984	15	13	6	12	10	3	3	4	2	68	16	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
16984	20	14	8	5	6	6	4	4	5	72	98	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
16984	21	12	6	4	7	6	2	5	3	66	82	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16984	50	27	20	10	8	9	10	5	8	147	78	34	5	2	1	1	0	0	0	56	36	28	23	20	18	16	15	14	
16984	18	11	6	11	6	5	2	7	0	66	15	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16984	20	12	9	8	6	4	3	3	3	68	100	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
16984	18	14	7	4	4	6	6	3	2	64	83	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
16984	22	13	6	5	1	7	6	4	2	66	44	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16984	25	18	7	7	6	2	0	3	6	74	20	15	2	1	0	0	0	0	0	31	21	16	14	12	11	10	10	9	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16984	17	13	8	9	8	7	5	3	1	71	69	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
16984	21	15	5	5	9	1	3	5	4	68	35	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
16984	16	11	9	7	4	4	8	3	7	69	23	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16984	25	17	8	5	2	1	2	3	3	66	29	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16984	75	55	34	21	19	15	14	12	8	253	80	62	10	4	2	1	1	1	0	91	58	44	35	30	27	24	22	20	
16984	18	11	6	8	6	2	6	8	4	69	27	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16984	19	16	3	5	2	5	7	8	6	71	2	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
16984	15	14	7	5	8	6	7	2	6	70	30	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	13	12	11	10	9	9	
16984	22	14	9	5	3	7	4	5	0	69	55	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16984	23	15	12	4	4	2	3	4	4	71	70	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
16984	28	7	10	10	3	3	5	2	4	72	35	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
16984	22	10	9	7	12	3	3	3	2	71	32	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
16984	25	9	5	3	8	7	6	7	2	72	16	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
16984	15	13	6	6	10	6	5	6	2	69	33	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16984	26	12	2	10	6	6	7	1	3	73	17	15	2	1	0	0	0	0	0	31	21	16	14	12	11	10	9	9	
16984	13	11	8	6	7	3	8	3	3	62	40	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	14	12	11	10	9	9	8	
16984	25	8	7	7	5	6	4	4	4	70	92	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	13	12	11	10	9	9	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit									n	Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9			1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16984	18	11	7	5	10	8	3	3	2	67	40	13	2	1	0	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8
16984	15	19	9	4	2	5	6	5	4	69	22	14	2	1	0	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9
16984	25	11	12	4	4	3	2	6	2	69	48	14	2	1	0	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9
16984	19	6	5	6	10	9	2	5	2	64	5	12	2	1	0	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8
16984	18	17	7	2	4	8	4	7	3	70	15	14	2	1	0	0	0	0	0	0	30	20	16	13	12	11	10	9	9
16984	18	12	7	11	10	1	2	4	2	67	16	13	2	1	0	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8
16984	19	14	7	4	10	2	3	4	2	65	43	13	2	1	0	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8
16984	24	17	8	8	4	2	0	1	1	65	13	13	2	1	0	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8
16984	22	11	5	9	7	3	2	1	3	63	61	12	2	1	0	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8
16984	14	13	10	5	7	7	2	3	7	68	23	13	2	1	0	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9
16984	25	10	9	5	5	4	6	1	1	66	62	13	2	1	0	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8
16984	15	14	10	5	6	3	6	3	2	64	80	12	2	1	0	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8
16984	15	16	9	8	4	6	4	3	2	67	81	13	2	1	0	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8
16984	24	12	5	3	3	2	8	3	5	65	14	13	2	1	0	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8
16984	26	12	8	7	4	1	0	1	5	64	15	12	2	1	0	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8
16984	10	3	6	2	4	2	0	0	0	27	33	4	0	0	0	0	0	0	0	0	14	10	8	7	7	6	6	6	5
16984	15	11	9	10	7	4	6	1	5	68	45	13	2	1	0	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16984	10	9	15	8	6	5	4	2	6	65	5	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
16984	14	12	13	11	5	5	4	3	3	70	51	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	13	12	11	10	9	9	
16984	18	13	5	11	5	6	6	2	0	66	24	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16984	23	13	11	2	2	4	2	2	2	61	37	12	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	9	8	
16984	19	10	12	5	6	4	4	3	1	64	87	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
16984	17	5	9	9	10	6	4	3	4	67	24	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
16984	19	5	14	10	5	6	4	2	1	66	14	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16984	18	17	1	14	8	5	1	3	2	69	1	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16984	21	7	7	8	9	7	3	5	2	69	48	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16984	18	11	8	4	4	8	7	2	2	64	43	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
16984	15	13	11	4	3	4	5	10	3	68	3	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
16984	14	10	15	9	5	4	5	2	2	66	27	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16984	19	13	15	1	7	3	1	6	4	69	6	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16984	17	9	10	7	6	5	5	5	6	70	74	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	13	12	11	10	9	9	
16984	18	17	13	4	5	5	6	1	2	71	38	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
16984	18	7	7	8	7	6	3	4	5	65	71	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
16984	11	4	7	6	2	3	0	3	3	39	48	6	1	0	0	0	0	0	0	18	13	11	9	8	8	7	7	6	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16989	13	8	4	6	7	7	5	5	1	56	24	10	1	1	0	0	0	0	0	25	17	13	12	10	9	9	8	8	
16989	22	12	9	6	6	5	5	4	2	71	100	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
16989	21	9	9	4	7	4	4	4	6	68	75	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
16989	15	15	12	3	7	5	4	1	2	64	38	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
16989	11	18	8	8	10	3	3	0	3	64	3	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
16989	15	12	10	9	6	2	5	2	4	65	72	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
16989	17	10	9	6	7	3	8	4	2	66	56	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16989	48	26	15	10	8	6	7	7	1	128	37	29	4	2	1	0	0	0	0	50	32	25	21	18	16	15	13	13	
16989	22	14	6	7	10	2	2	1	3	67	31	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
16989	18	18	8	4	8	2	3	3	2	66	44	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16989	19	8	9	13	6	5	0	4	5	69	12	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16989	11	5	7	3	2	0	0	0	0	28	23	4	0	0	0	0	0	0	0	14	10	9	8	7	6	6	6	6	
16989	24	8	14	6	3	1	5	2	2	65	20	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
16989	13	20	6	10	2	3	3	5	1	63	4	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
16989	18	12	7	7	6	6	2	0	3	61	71	12	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	9	8	
16989	21	12	8	5	10	4	2	4	2	68	66	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
16989	17	16	11	3	9	3	4	2	2	67	37	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16989	27	9	9	8	8	4	3	4	1	73	71	15	2	1	0	0	0	0	0	31	21	16	14	12	11	10	9	9	
16989	16	14	10	10	7	3	3	2	1	66	56	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16989	27	12	8	5	5	6	3	3	3	72	94	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
16989	19	8	10	4	12	6	4	2	4	69	15	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16989	19	9	8	7	2	6	4	8	1	64	19	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
16989	24	7	6	8	5	10	1	5	2	68	10	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
16989	13	13	8	9	7	7	5	3	5	70	56	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	13	12	11	10	9	9	
16989	26	10	5	7	8	3	4	4	4	71	75	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
16989	21	16	7	6	4	6	1	5	4	70	71	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	13	12	11	10	9	9	
16989	21	13	7	6	5	8	4	3	5	72	87	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
16989	21	11	9	11	2	6	3	6	1	70	36	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	13	12	11	10	9	9	
16989	16	11	12	6	9	4	5	5	1	69	50	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16989	21	16	6	7	7	1	6	0	4	68	25	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
16989	22	5	8	7	6	2	4	4	6	64	36	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
16989	16	18	7	6	6	3	4	1	4	65	52	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
16989	20	17	13	4	6	3	2	2	0	67	20	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
16989	14	15	3	9	4	4	7	4	4	64	22	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16989	17	5	11	11	8	5	2	2	5	66	12	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16989	18	18	9	7	6	4	4	3	1	70	78	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	13	12	11	10	9	9	
16989	15	11	8	8	11	1	5	3	2	64	17	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
16989	21	18	7	10	0	2	4	3	3	68	15	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
16989	16	12	7	11	4	2	5	6	1	64	27	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
16989	17	15	11	8	2	3	3	1	3	63	51	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
16989	21	7	15	8	5	4	3	2	2	67	36	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
16989	11	13	11	11	6	4	4	1	2	63	21	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
16989	20	16	5	4	7	2	0	4	0	58	10	11	2	1	0	0	0	0	0	25	17	14	12	10	10	9	8	8	
16989	17	10	11	13	3	5	2	2	1	64	13	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
16989	7	23	12	5	2	5	6	4	1	65	0	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
16989	13	13	14	5	8	1	3	1	2	60	8	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	
16989	15	13	8	7	2	3	5	2	2	57	81	11	2	1	0	0	0	0	0	25	17	14	12	10	9	9	8	8	
16987	17	10	10	4	3	4	2	6	0	56	38	10	1	1	0	0	0	0	0	25	17	13	12	10	9	9	8	8	
16987	19	16	12	2	8	1	3	5	0	66	7	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16987	18	17	7	10	2	4	1	2	1	62	18	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	14	12	11	10	9	9	8	
16987	20	10	14	4	4	4	3	4	6	69	41	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16987	23	11	8	5	3	4	3	4	1	62	90	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	14	12	11	10	9	9	8	
16987	17	14	10	7	3	4	6	1	1	63	56	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
16987	15	13	11	6	12	8	2	2	2	71	7	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
16987	20	5	11	5	3	3	8	0	5	60	3	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	
16987	17	13	8	7	7	2	2	4	2	62	87	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	14	12	11	10	9	9	8	
16987	17	13	7	7	6	4	6	2	2	64	92	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
16987	22	14	8	10	3	8	0	1	1	67	10	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
16987	3	4	1	8	2	3	1	2	2	26	2	4	0	0	0	0	0	0	0	13	10	8	7	7	6	6	6	5	
16987	17	8	7	9	8	4	9	3	2	67	18	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
16987	38	28	12	11	8	11	11	14	3	136	9	31	5	2	1	1	0	0	0	52	34	26	22	19	17	15	14	13	
16987	12	8	9	5	8	6	4	4	8	64	5	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
16987	11	8	13	6	8	9	5	5	4	69	6	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16987	19	9	8	7	13	8	3	2	2	71	6	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
16987	22	12	5	4	6	7	6	4	5	71	66	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
16987	18	6	6	11	8	6	3	4	5	67	25	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
16987	14	13	11	7	7	4	5	8	4	73	36	15	2	1	0	0	0	0	0	31	21	16	14	12	11	10	9	9	
16987	18	7	8	8	4	5	4	9	3	66	14	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16987	24	10	8	10	5	1	4	3	1	66	52	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16987	21	11	5	9	12	4	6	1	2	71	11	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
16987	16	7	12	7	7	2	4	5	5	65	39	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
16987	17	9	8	7	12	3	5	3	4	68	22	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
16987	18	14	7	10	1	5	7	4	1	67	24	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
16987	21	12	6	9	3	8	3	4	2	68	65	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
16987	58	34	26	25	18	13	12	13	6	205	88	49	8	3	2	1	1	0	0	76	48	37	30	26	23	20	19	17	
16987	24	12	8	8	1	7	5	5	1	71	46	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
16987	17	16	8	10	6	3	4	0	5	69	36	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16987	17	12	10	7	11	5	6	1	1	70	22	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	13	12	11	10	9	9	
16987	24	11	9	5	4	0	6	7	1	67	14	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
16987	18	8	11	6	4	6	4	2	4	63	85	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
16987	18	16	10	4	2	3	6	5	2	66	44	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16987	20	17	4	2	4	7	6	4	2	66	19	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16987	24	12	4	4	2	4	3	3	8	64	6	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
16987	21	11	6	7	4	7	8	4	0	68	27	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
16987	21	12	6	8	1	6	3	5	0	62	31	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	14	12	11	10	9	9	8	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16987	23	9	9	6	3	7	5	1	3	66	68	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16987	18	9	10	6	4	8	5	6	2	68	55	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
16987	22	16	8	1	3	7	9	2	3	71	6	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
16987	22	12	9	7	1	6	4	5	2	68	73	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
16987	15	17	4	11	4	5	4	3	3	66	29	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16987	18	11	11	6	7	4	5	2	1	65	85	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
16987	13	11	7	5	10	2	9	4	2	63	3	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
16987	21	9	6	10	4	0	6	6	3	65	18	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
16987	11	16	8	11	4	4	6	2	2	64	17	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
16987	17	14	10	5	4	7	3	2	4	66	82	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16987	23	11	11	7	3	4	2	1	4	66	72	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16987	20	16	8	8	3	4	1	1	3	64	54	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
16987	18	16	10	6	4	7	4	3	1	69	75	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16987	41	35	18	17	7	4	10	7	4	143	21	32	5	2	1	1	0	0	0	55	36	27	23	19	17	16	14	13	
16987	19	12	6	7	5	2	6	2	3	62	87	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	14	12	11	10	9	9	8	
16987	20	14	12	5	5	2	4	3	1	66	73	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16987	15	16	8	9	3	2	6	5	1	65	29	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16987	4	8	2	4	4	1	2	2	2	29	46	4	1	0	0	0	0	0	0	0	14	10	9	8	7	7	6	6	6
16991	16	10	9	2	6	5	3	2	1	54	75	10	1	0	0	0	0	0	0	0	24	16	13	11	10	9	8	8	8
16991	22	17	9	8	5	5	0	3	1	70	46	14	2	1	0	0	0	0	0	0	30	20	16	13	12	11	10	9	9
16991	16	15	7	7	7	7	5	3	0	67	50	13	2	1	0	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8
16991	42	13	15	15	13	8	9	4	6	125	51	28	4	2	1	0	0	0	0	0	49	32	24	20	18	16	14	13	12
16991	24	14	7	8	6	1	2	3	1	66	54	13	2	1	0	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8
16991	19	19	6	7	6	5	1	3	3	69	51	14	2	1	0	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9
16991	23	11	10	5	6	3	1	4	5	68	75	13	2	1	0	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9
16991	10	10	7	5	6	3	0	2	1	44	55	8	1	0	0	0	0	0	0	0	20	14	11	10	9	8	8	7	7
16991	27	12	5	6	3	2	3	5	1	64	37	12	2	1	0	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8
16991	13	6	6	3	8	5	4	1	1	47	32	8	1	0	0	0	0	0	0	0	21	15	12	10	9	8	8	7	7
16991	14	8	7	8	1	1	4	3	2	48	55	9	1	0	0	0	0	0	0	0	22	15	12	10	9	9	8	7	7
16991	18	9	7	4	1	4	2	2	2	49	89	9	1	0	0	0	0	0	0	0	22	15	12	11	9	9	8	8	7
16991	16	6	3	6	6	7	4	1	4	53	28	10	1	0	0	0	0	0	0	0	23	16	13	11	10	9	8	8	7
16991	19	14	6	6	1	2	4	1	2	55	50	10	1	0	0	0	0	0	0	0	24	17	13	11	10	9	9	8	8
16991	15	17	6	7	2	4	2	3	2	58	47	11	2	1	0	0	0	0	0	0	25	17	14	12	10	10	9	8	8
16991	12	11	14	9	6	3	8	4	2	69	11	14	2	1	0	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16991	25	9	5	7	2	6	6	2	3	65	46	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
16991	16	19	11	8	5	0	2	1	0	62	2	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	14	12	11	10	9	9	8	
16991	21	16	5	6	2	10	2	5	2	69	10	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16991	15	10	13	4	7	9	3	2	3	66	19	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16991	28	18	6	6	4	2	1	5	3	73	26	15	2	1	0	0	0	0	0	31	21	16	14	12	11	10	9	9	
16991	16	17	9	9	2	6	6	3	1	69	34	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16991	17	8	12	10	6	5	6	5	2	71	54	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
16991	21	15	8	6	7	6	1	3	3	70	87	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	13	12	11	10	9	9	
16991	16	8	11	7	7	9	5	5	3	71	40	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
16991	23	10	9	8	2	6	5	6	3	72	74	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
16991	17	7	10	6	6	5	5	3	4	63	89	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
16991	9	8	7	2	6	1	3	5	1	42	24	7	1	0	0	0	0	0	0	19	14	11	10	9	8	7	7	7	
16991	15	5	3	8	3	3	2	2	5	46	28	8	1	0	0	0	0	0	0	21	15	12	10	9	8	8	7	7	
16991	15	10	10	5	5	6	2	3	5	61	77	12	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	9	8	
16991	28	14	4	11	3	2	2	1	1	66	5	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16991	19	10	8	5	5	4	3	4	6	64	86	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
16991	16	7	4	12	6	6	2	1	3	57	9	11	2	1	0	0	0	0	0	25	17	14	12	10	9	9	8	8	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16991	25	9	10	7	3	2	1	4	4	65	51	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
16991	20	12	7	6	3	5	1	5	4	63	81	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
16991	25	8	10	5	6	3	1	5	2	65	54	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
16991	25	9	8	6	5	4	6	1	2	66	73	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16991	23	8	8	2	4	3	3	2	5	58	50	11	2	1	0	0	0	0	0	25	17	14	12	10	10	9	8	8	
16991	24	12	4	3	3	3	0	4	1	54	18	10	1	0	0	0	0	0	0	24	16	13	11	10	9	8	8	8	
16991	33	9	4	2	1	3	5	4	1	62	1	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	14	12	11	10	9	9	8	
16991	30	8	7	1	1	2	6	5	1	61	1	12	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	9	8	
16991	26	8	7	2	4	1	4	3	5	60	20	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	
16991	26	9	7	10	8	2	7	1	4	74	27	15	2	1	0	0	0	0	0	31	21	16	14	12	11	10	10	9	
16992	18	12	9	4	8	3	2	4	3	63	85	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
16992	22	10	11	7	5	3	3	2	3	66	96	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16992	23	12	9	4	7	3	5	6	3	72	86	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
16992	21	12	8	3	2	8	2	5	6	67	19	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
16992	19	17	8	6	7	2	3	2	4	68	72	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
16992	27	13	3	5	5	3	2	8	3	69	10	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16992	7	4	2	4	1	3	2	3	0	26	60	4	0	0	0	0	0	0	0	13	10	8	7	7	6	6	6	5	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16990	15	13	6	4	7	5	2	2	2	56	81	10	1	1	0	0	0	0	0	25	17	13	12	10	9	9	8	8	
16990	14	16	12	9	3	0	3	1	4	62	7	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	14	12	11	10	9	9	8	
16990	21	14	11	5	2	2	2	3	3	63	63	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
16990	17	16	8	4	4	6	4	2	2	63	78	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
16990	15	21	11	7	4	2	4	1	1	66	7	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16990	15	20	10	4	10	2	1	1	1	64	1	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
16990	20	21	14	4	3	2	2	0	3	69	2	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16990	14	17	6	7	4	6	5	1	3	63	43	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
16990	20	14	9	6	5	3	5	1	3	66	93	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16990	15	10	14	4	6	4	4	1	3	61	39	12	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	9	8	
16990	16	15	7	9	3	4	4	2	2	62	76	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	14	12	11	10	9	9	8	
16990	10	4	9	4	2	2	1	1	3	36	44	6	1	0	0	0	0	0	0	17	12	10	9	8	7	7	6	6	
16990	19	13	8	2	5	8	4	7	2	68	26	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
16990	20	10	10	7	6	5	2	2	2	64	95	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
16990	20	13	7	5	5	8	4	0	2	64	49	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
16990	24	12	7	4	4	3	7	3	2	66	68	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16990	15	8	8	8	6	4	2	5	2	58	81	11	2	1	0	0	0	0	0	25	17	14	12	10	10	9	8	8	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16990	16	11	9	12	6	2	5	4	3	68	49	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
16990	22	14	6	10	1	8	2	5	1	69	15	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16990	23	13	8	6	7	8	2	3	2	72	81	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
16990	18	18	6	5	2	3	3	7	1	63	12	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
16990	15	12	13	5	4	8	2	2	3	64	33	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
16990	27	9	5	4	4	3	5	5	2	64	46	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
16990	19	6	10	12	3	5	5	4	2	66	27	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16990	20	17	8	9	2	2	3	1	1	63	24	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
16990	18	10	13	5	6	4	4	3	2	65	85	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
16990	17	11	9	11	4	9	3	1	2	67	21	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
16990	82	41	24	30	21	24	13	15	17	267	38	66	11	4	2	1	1	1	0	96	61	46	37	32	28	25	23	21	
16990	27	16	6	4	7	2	6	0	1	69	12	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16990	25	11	7	4	11	7	3	2	1	71	19	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
16990	21	12	5	2	7	2	8	3	6	66	9	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16990	24	14	6	7	3	2	3	2	4	65	71	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
16990	17	13	12	5	4	2	2	3	4	62	70	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	14	12	11	10	9	9	8	
16990	19	17	4	7	3	6	2	3	2	63	46	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16990	25	9	7	5	5	5	5	2	0	63	58	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
16990	24	10	9	3	3	2	2	5	3	61	53	12	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	9	8	
16990	27	9	8	4	5	3	2	3	2	63	66	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
16990	21	15	7	8	5	7	3	1	2	69	76	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16990	16	13	5	12	1	4	2	3	2	58	14	11	2	1	0	0	0	0	0	25	17	14	12	10	10	9	8	8	
16990	19	12	7	6	6	4	3	8	3	68	57	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
16990	15	13	9	5	7	3	2	5	5	64	66	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
16990	18	12	10	5	7	5	3	3	5	68	94	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
16990	19	21	7	7	4	2	3	3	3	69	33	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16990	16	23	7	6	3	3	1	4	1	64	3	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
16990	20	12	5	8	8	3	2	2	0	60	41	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	
16990	19	15	4	13	3	4	2	4	1	65	10	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
16990	26	11	8	6	4	3	2	4	3	67	89	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
16990	17	17	9	4	7	3	1	1	2	61	31	12	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	9	8	
16990	24	14	9	6	5	3	2	4	0	67	67	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
16990	11	10	14	7	7	6	7	4	1	67	10	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
16990	15	12	7	10	4	6	2	1	2	59	52	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16990	12	21	9	5	11	3	2	6	0	69	0	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16990	23	13	8	5	8	4	1	3	3	68	82	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
16990	16	16	13	4	4	3	7	1	3	67	21	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
16990	21	12	6	6	10	4	3	3	2	67	69	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
16990	7	6	2	1	1	2	2	1	1	23	95	3	0	0	0	0	0	0	0	12	9	8	7	6	6	6	5	5	
16990	18	15	6	5	7	5	2	3	6	67	59	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
16990	20	17	4	8	8	3	2	3	4	69	46	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16990	24	8	8	5	6	6	1	4	5	67	61	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
16990	20	10	5	5	7	3	7	4	3	64	68	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
16990	15	10	8	6	5	8	3	5	5	65	57	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
16990	23	13	5	5	5	1	6	4	7	69	21	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16990	18	13	5	13	6	6	1	4	2	68	19	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
16990	15	22	8	6	3	3	3	3	4	67	14	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
16990	18	18	9	7	4	5	1	0	1	63	18	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
16990	24	9	7	8	5	4	3	1	4	65	83	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
16990	14	11	8	5	6	4	5	5	2	60	90	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	
16990	21	7	6	8	6	10	5	0	2	65	7	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16990	15	14	8	11	4	4	4	2	1	63	49	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
16990	25	15	8	4	3	4	1	5	4	69	54	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16990	24	11	6	6	4	5	2	7	3	68	60	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
16990	21	13	12	8	7	5	1	1	2	70	59	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	13	12	11	10	9	9	
16990	28	12	9	5	6	4	3	4	3	74	94	15	2	1	0	0	0	0	0	31	21	16	14	12	11	10	10	9	
16990	17	15	9	5	6	6	4	3	2	67	95	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
16990	21	9	5	7	2	1	6	6	3	60	25	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	
16990	13	15	7	5	1	4	2	3	2	52	53	9	1	0	0	0	0	0	0	23	16	13	11	10	9	8	8	7	
16990	22	11	6	4	4	2	1	2	2	54	74	10	1	0	0	0	0	0	0	24	16	13	11	10	9	8	8	8	
16990	15	10	9	8	7	3	6	0	1	59	33	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	
16990	3	6	1	3	1	1	3	1	0	19	32	2	0	0	0	0	0	0	0	10	8	7	6	6	5	5	5	5	
16990	11	10	5	2	1	1	4	2	2	38	62	6	1	0	0	0	0	0	0	18	13	10	9	8	8	7	7	6	
16990	18	6	1	2	3	0	1	2	3	36	14	6	1	0	0	0	0	0	0	17	12	10	9	8	7	7	6	6	
16990	7	4	1	1	0	3	0	0	0	16	31	2	0	0	0	0	0	0	0	9	7	6	6	5	5	5	5	4	
16994	11	12	9	3	3	2	4	4	3	51	62	9	1	0	0	0	0	0	0	23	16	13	11	10	9	8	8	7	
16994	17	7	6	10	7	7	3	4	5	66	38	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16994	19	12	12	6	3	6	2	2	1	63	62	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16994	21	7	6	6	3	4	6	2	5	60	57	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	
16994	18	6	9	10	3	7	2	1	4	60	22	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	
16994	19	7	10	5	3	1	4	4	1	54	58	10	1	0	0	0	0	0	0	24	16	13	11	10	9	8	8	8	
16994	18	4	11	7	3	3	2	1	2	51	33	9	1	0	0	0	0	0	0	23	16	13	11	10	9	8	8	7	
16994	26	13	7	2	2	1	2	1	2	56	10	10	1	1	0	0	0	0	0	25	17	13	12	10	9	9	8	8	
16994	15	16	4	7	4	4	4	2	2	58	64	11	2	1	0	0	0	0	0	25	17	14	12	10	10	9	8	8	
16994	22	11	6	7	2	1	2	1	1	53	38	10	1	0	0	0	0	0	0	23	16	13	11	10	9	8	8	7	
16994	25	9	7	6	2	5	1	3	0	58	30	11	2	1	0	0	0	0	0	25	17	14	12	10	10	9	8	8	
16994	20	10	10	4	7	3	5	5	1	65	75	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
16994	11	8	4	8	3	6	6	2	2	50	28	9	1	0	0	0	0	0	0	22	15	12	11	10	9	8	8	7	
16994	4	6	3	2	1	0	2	1	2	21	69	3	0	0	0	0	0	0	0	11	8	7	6	6	6	5	5	5	
16994	8	9	5	3	3	4	2	2	3	39	89	6	1	0	0	0	0	0	0	18	13	11	9	8	8	7	7	6	
16994	17	12	7	8	3	2	2	3	2	56	89	10	1	1	0	0	0	0	0	25	17	13	12	10	9	9	8	8	
16994	22	6	6	5	1	8	8	2	1	59	2	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	
16994	18	11	9	7	7	5	4	3	0	64	84	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
16994	17	12	8	4	2	1	1	2	3	50	62	9	1	0	0	0	0	0	0	22	15	12	11	10	9	8	8	7	
16994	21	8	9	6	8	4	1	0	2	59	36	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16994	24	9	5	4	2	4	2	4	1	55	49	10	1	0	0	0	0	0	0	0	24	17	13	11	10	9	9	8	8
16994	13	13	8	4	5	2	9	2	2	58	10	11	2	1	0	0	0	0	0	0	25	17	14	12	10	10	9	8	8
16994	10	12	8	8	3	1	4	1	2	49	36	9	1	0	0	0	0	0	0	0	22	15	12	11	9	9	8	8	7
16994	17	12	4	4	5	0	3	4	3	52	57	9	1	0	0	0	0	0	0	0	23	16	13	11	10	9	8	8	7
16994	20	10	8	5	2	2	3	1	1	52	74	9	1	0	0	0	0	0	0	0	23	16	13	11	10	9	8	8	7
16994	19	6	8	6	5	6	3	4	7	64	33	12	2	1	0	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8
16994	21	9	5	11	7	3	1	1	8	66	2	13	2	1	0	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8
16994	21	14	9	6	5	3	2	0	5	65	56	13	2	1	0	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8
16994	9	16	8	3	5	0	5	1	3	50	5	9	1	0	0	0	0	0	0	0	22	15	12	11	10	9	8	8	7
16994	16	14	8	4	6	4	1	3	2	58	83	11	2	1	0	0	0	0	0	0	25	17	14	12	10	10	9	8	8
16994	14	8	10	0	9	4	4	2	2	53	10	10	1	0	0	0	0	0	0	0	23	16	13	11	10	9	8	8	7
16994	15	10	10	12	4	4	3	0	1	59	13	11	2	1	0	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8
16994	13	10	7	5	0	1	3	4	1	44	44	8	1	0	0	0	0	0	0	0	20	14	11	10	9	8	8	7	7
16994	17	12	7	6	4	4	5	1	2	58	95	11	2	1	0	0	0	0	0	0	25	17	14	12	10	10	9	8	8
16994	23	18	6	5	1	4	2	1	6	66	9	13	2	1	0	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8
16994	24	13	8	5	9	2	4	2	0	67	36	13	2	1	0	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8
16994	21	11	7	3	5	1	3	1	1	53	57	10	1	0	0	0	0	0	0	0	23	16	13	11	10	9	8	8	7

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16994	19	14	6	8	3	4	2	1	3	60	76	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	
16994	24	7	3	2	4	5	4	3	3	55	33	10	1	0	0	0	0	0	0	24	17	13	11	10	9	9	8	8	
16994	16	15	5	3	4	3	3	1	0	50	37	9	1	0	0	0	0	0	0	22	15	12	11	10	9	8	8	7	
16994	20	12	3	2	1	3	4	4	4	53	26	10	1	0	0	0	0	0	0	23	16	13	11	10	9	8	8	7	
16994	18	8	3	4	4	2	2	2	5	48	55	9	1	0	0	0	0	0	0	22	15	12	10	9	9	8	7	7	
16994	15	4	6	6	5	6	5	5	2	54	41	10	1	0	0	0	0	0	0	24	16	13	11	10	9	8	8	8	
16994	20	8	5	1	9	4	1	3	4	55	13	10	1	0	0	0	0	0	0	24	17	13	11	10	9	9	8	8	
16994	17	6	3	7	9	2	3	4	4	55	19	10	1	0	0	0	0	0	0	24	17	13	11	10	9	9	8	8	
16994	15	14	8	4	5	3	4	3	3	59	96	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	
16994	24	9	6	2	2	3	8	1	2	57	6	11	2	1	0	0	0	0	0	25	17	14	12	10	9	9	8	8	
16994	17	12	7	6	3	4	6	2	3	60	92	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	
16994	16	7	4	4	6	3	1	6	3	50	38	9	1	0	0	0	0	0	0	22	15	12	11	10	9	8	8	7	
16994	18	11	3	4	3	2	2	4	3	50	75	9	1	0	0	0	0	0	0	22	15	12	11	10	9	8	8	7	
16994	18	13	5	3	4	4	2	2	2	53	88	10	1	0	0	0	0	0	0	23	16	13	11	10	9	8	8	7	
16994	20	8	6	5	3	2	4	4	3	55	93	10	1	0	0	0	0	0	0	24	17	13	11	10	9	9	8	8	
16994	14	5	4	6	7	3	4	2	3	48	64	9	1	0	0	0	0	0	0	22	15	12	10	9	9	8	7	7	
16994	11	13	5	7	9	3	3	2	2	55	30	10	1	0	0	0	0	0	0	24	17	13	11	10	9	9	8	8	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16994	15	6	6	8	3	7	2	0	3	50	25	9	1	0	0	0	0	0	0	0	22	15	12	11	10	9	8	8	7
16994	10	14	5	16	4	0	2	3	1	55	0	10	1	0	0	0	0	0	0	0	24	17	13	11	10	9	9	8	8
16994	13	7	3	7	4	5	1	1	1	42	55	7	1	0	0	0	0	0	0	0	19	14	11	10	9	8	7	7	7
16994	7	4	3	1	2	1	2	0	0	20	90	2	0	0	0	0	0	0	0	0	11	8	7	6	6	5	5	5	5
16994	19	14	6	8	3	2	4	5	1	62	64	12	2	1	0	0	0	0	0	0	27	18	14	12	11	10	9	9	8
16994	20	16	5	5	6	2	2	5	2	63	55	12	2	1	0	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8
16994	17	17	9	4	6	6	1	2	1	63	36	12	2	1	0	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8
16994	23	16	13	4	3	4	1	1	1	66	16	13	2	1	0	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8
16994	15	14	1	6	1	0	5	6	3	51	1	9	1	0	0	0	0	0	0	0	23	16	13	11	10	9	8	8	7
16994	18	18	11	3	1	3	2	5	2	63	12	12	2	1	0	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8
16994	18	8	7	8	4	4	5	3	4	61	95	12	2	1	0	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	9	8
16994	15	14	8	5	7	4	3	3	1	60	85	11	2	1	0	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8
16994	16	10	11	5	5	3	5	2	3	60	91	11	2	1	0	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8
16994	17	10	7	9	3	1	1	4	0	52	28	9	1	0	0	0	0	0	0	0	23	16	13	11	10	9	8	8	7
16994	47	40	13	9	17	5	8	12	9	160	3	37	6	2	1	1	0	0	0	0	61	39	30	25	21	19	17	16	15
16994	4	3	5	1	1	0	0	0	1	15	41	1	0	0	0	0	0	0	0	0	9	7	6	5	5	5	5	4	4
16996	20	5	6	4	1	2	1	3	4	46	33	8	1	0	0	0	0	0	0	0	21	15	12	10	9	8	8	7	7

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16996	22	6	7	7	3	3	2	3	3	56	79	10	1	1	0	0	0	0	0	25	17	13	12	10	9	9	8	8	
16996	16	11	12	4	6	1	3	2	4	59	51	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	
16996	17	11	8	4	1	4	0	5	4	54	32	10	1	0	0	0	0	0	0	24	16	13	11	10	9	8	8	8	
16996	19	9	16	1	8	6	2	2	1	64	2	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
16996	24	16	6	4	5	4	2	4	0	65	42	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
16996	16	11	8	8	4	4	5	1	2	59	90	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	
16996	11	8	12	2	5	2	4	3	1	48	23	9	1	0	0	0	0	0	0	22	15	12	10	9	9	8	7	7	
16996	11	10	8	3	5	2	4	2	4	49	74	9	1	0	0	0	0	0	0	22	15	12	11	9	9	8	8	7	
16996	14	12	7	8	4	3	2	7	1	58	31	11	2	1	0	0	0	0	0	25	17	14	12	10	10	9	8	8	
16996	17	9	9	2	4	5	3	2	3	54	88	10	1	0	0	0	0	0	0	24	16	13	11	10	9	8	8	8	
16996	14	15	10	8	3	5	1	1	2	59	36	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	
16996	18	12	8	8	3	1	2	0	1	53	34	10	1	0	0	0	0	0	0	23	16	13	11	10	9	8	8	7	
16996	12	17	8	7	3	3	11	1	1	63	0	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
16996	11	6	4	1	5	1	6	1	0	35	8	6	1	0	0	0	0	0	0	17	12	10	9	8	7	7	6	6	
16996	10	13	5	7	6	3	4	3	2	53	65	10	1	0	0	0	0	0	0	23	16	13	11	10	9	8	8	7	
16996	25	5	10	8	10	1	2	2	2	65	6	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
16996	21	9	9	6	4	4	3	7	7	70	30	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	13	12	11	10	9	9	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16996	17	15	8	8	7	3	6	4	3	71	89	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
16996	25	12	7	3	8	6	1	2	3	67	44	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
16996	14	7	16	6	6	7	3	3	3	65	11	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
16996	23	12	9	11	3	4	3	3	2	70	77	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	13	12	11	10	9	9	
16996	21	10	13	4	6	0	2	2	3	61	24	12	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	9	8	
16996	18	8	10	7	5	5	5	3	4	65	96	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
16996	16	14	11	8	4	2	0	4	1	60	28	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	
16996	17	17	3	7	6	4	3	2	1	60	36	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	
16996	19	4	7	3	6	5	4	2	3	53	59	10	1	0	0	0	0	0	0	23	16	13	11	10	9	8	8	7	
16996	11	6	6	5	4	3	3	2	4	44	93	8	1	0	0	0	0	0	0	20	14	11	10	9	8	8	7	7	
16996	12	12	2	5	11	3	1	1	3	50	1	9	1	0	0	0	0	0	0	22	15	12	11	10	9	8	8	7	
16996	19	10	9	8	1	4	5	0	0	56	20	10	1	1	0	0	0	0	0	25	17	13	12	10	9	9	8	8	
16996	20	10	2	6	2	2	4	5	2	53	38	10	1	0	0	0	0	0	0	23	16	13	11	10	9	8	8	7	
16996	18	7	3	4	6	7	2	3	2	52	45	9	1	0	0	0	0	0	0	23	16	13	11	10	9	8	8	7	
16996	13	15	12	4	5	3	1	4	2	59	32	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	
16996	14	16	5	5	7	4	2	5	2	60	46	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	
16996	19	6	8	1	6	5	4	2	3	54	51	10	1	0	0	0	0	0	0	24	16	13	11	10	9	8	8	8	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16996	18	12	10	8	7	3	0	3	2	63	60	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
16996	19	9	7	12	5	1	1	3	1	58	13	11	2	1	0	0	0	0	0	25	17	14	12	10	10	9	8	8	
16996	22	10	4	4	4	2	6	3	3	58	62	11	2	1	0	0	0	0	0	25	17	14	12	10	10	9	8	8	
16996	23	8	6	5	2	6	3	4	1	58	58	11	2	1	0	0	0	0	0	25	17	14	12	10	10	9	8	8	
16996	16	9	7	5	2	7	4	5	3	58	66	11	2	1	0	0	0	0	0	25	17	14	12	10	10	9	8	8	
16996	19	5	7	7	9	3	4	3	1	58	37	11	2	1	0	0	0	0	0	25	17	14	12	10	10	9	8	8	
16996	17	8	11	4	4	5	3	2	2	56	87	10	1	1	0	0	0	0	0	25	17	13	12	10	9	9	8	8	
16996	17	5	7	10	6	5	2	2	2	56	43	10	1	1	0	0	0	0	0	25	17	13	12	10	9	9	8	8	
16996	19	8	10	4	4	3	6	3	2	59	81	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	
16996	12	12	7	8	6	5	2	0	2	54	46	10	1	0	0	0	0	0	0	24	16	13	11	10	9	8	8	8	
16996	18	10	6	5	5	2	4	1	4	55	91	10	1	0	0	0	0	0	0	24	17	13	11	10	9	9	8	8	
16996	11	10	8	4	8	4	2	2	4	53	51	10	1	0	0	0	0	0	0	23	16	13	11	10	9	8	8	7	
16996	15	9	11	5	4	3	0	2	0	49	33	9	1	0	0	0	0	0	0	22	15	12	11	9	9	8	8	7	
16996	11	5	8	7	6	4	6	3	0	50	20	9	1	0	0	0	0	0	0	22	15	12	11	10	9	8	8	7	
16996	11	5	12	8	5	3	3	4	6	57	8	11	2	1	0	0	0	0	0	25	17	14	12	10	9	9	8	8	
16996	8	12	4	5	4	2	4	4	3	46	48	8	1	0	0	0	0	0	0	21	15	12	10	9	8	8	7	7	
16996	6	2	4	1	2	0	2	0	1	18	71	2	0	0	0	0	0	0	0	10	8	7	6	6	5	5	5	5	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16996	11	14	8	6	3	7	2	3	1	55	36	10	1	0	0	0	0	0	0	0	24	17	13	11	10	9	9	8	8
16996	9	14	5	1	5	3	2	2	2	43	27	7	1	0	0	0	0	0	0	0	20	14	11	10	9	8	7	7	7
16996	10	9	6	6	4	1	6	2	3	47	48	8	1	0	0	0	0	0	0	0	21	15	12	10	9	8	8	7	7
16996	15	9	9	3	4	5	2	6	2	55	59	10	1	0	0	0	0	0	0	0	24	17	13	11	10	9	9	8	8
16996	13	8	8	7	3	1	2	4	1	47	69	8	1	0	0	0	0	0	0	0	21	15	12	10	9	8	8	7	7
16996	14	6	11	4	4	2	6	3	2	52	41	9	1	0	0	0	0	0	0	0	23	16	13	11	10	9	8	8	7
16996	8	6	7	11	3	4	3	5	1	48	4	9	1	0	0	0	0	0	0	0	22	15	12	10	9	9	8	7	7
16996	13	5	3	5	8	4	1	3	3	45	27	8	1	0	0	0	0	0	0	0	21	14	12	10	9	8	8	7	7
16996	12	7	5	8	3	3	1	2	3	44	75	8	1	0	0	0	0	0	0	0	20	14	11	10	9	8	8	7	7
16996	28	11	6	6	4	2	3	2	1	63	44	12	2	1	0	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8
16996	20	10	17	5	3	1	2	1	3	62	3	12	2	1	0	0	0	0	0	0	27	18	14	12	11	10	9	9	8
16996	21	15	4	9	4	6	2	4	3	68	66	13	2	1	0	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9
16996	32	8	6	8	4	6	1	3	1	69	11	14	2	1	0	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9
16996	23	12	5	7	2	4	3	2	4	62	76	12	2	1	0	0	0	0	0	0	27	18	14	12	11	10	9	9	8
16996	24	14	8	10	3	2	3	2	1	67	47	13	2	1	0	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8
16996	21	13	7	9	7	1	6	2	1	67	46	13	2	1	0	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8
16996	19	12	9	8	4	1	7	1	2	63	40	12	2	1	0	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16996	23	14	5	8	1	3	1	3	1	59	24	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	
16996	23	12	4	5	6	4	3	1	2	60	73	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	
16996	16	16	6	9	1	3	2	3	2	58	31	11	2	1	0	0	0	0	0	25	17	14	12	10	10	9	8	8	
16996	19	9	11	6	3	4	1	0	0	53	23	10	1	0	0	0	0	0	0	23	16	13	11	10	9	8	8	7	
16996	21	6	4	4	5	3	2	3	5	53	49	10	1	0	0	0	0	0	0	23	16	13	11	10	9	8	8	7	
16996	20	8	6	5	3	3	6	3	1	55	75	10	1	0	0	0	0	0	0	24	17	13	11	10	9	9	8	8	
16996	21	10	6	6	4	2	1	2	3	55	85	10	1	0	0	0	0	0	0	24	17	13	11	10	9	9	8	8	
16996	17	19	5	6	3	6	3	2	1	62	24	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	14	12	11	10	9	9	8	
16996	18	8	11	7	9	2	2	2	4	63	40	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
16996	10	11	16	4	6	4	2	7	1	61	1	12	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	9	8	
16996	22	9	10	10	10	3	2	3	2	71	41	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
16996	17	11	10	10	3	2	1	4	5	63	35	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
16996	14	10	8	13	12	4	1	2	1	65	1	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
16996	16	12	9	9	3	3	1	2	3	58	68	11	2	1	0	0	0	0	0	25	17	14	12	10	10	9	8	8	
16996	17	11	6	14	5	1	2	3	4	63	7	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
16996	6	1	3	2	2	4	1	1	0	20	41	2	0	0	0	0	0	0	0	11	8	7	6	6	5	5	5	5	
16998	17	7	5	2	8	1	1	1	2	44	19	8	1	0	0	0	0	0	0	20	14	11	10	9	8	8	7	7	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16998	18	8	6	3	2	4	0	0	3	44	39	8	1	0	0	0	0	0	0	0	20	14	11	10	9	8	8	7	7
16998	18	7	8	5	6	1	3	3	3	54	87	10	1	0	0	0	0	0	0	0	24	16	13	11	10	9	8	8	8
16998	14	9	5	8	3	1	5	2	3	50	63	9	1	0	0	0	0	0	0	0	22	15	12	11	10	9	8	8	7
16998	15	7	4	7	5	6	4	2	2	52	78	9	1	0	0	0	0	0	0	0	23	16	13	11	10	9	8	8	7
16998	16	8	9	11	3	7	0	2	3	59	12	11	2	1	0	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8
16998	11	12	7	6	5	7	1	2	1	52	38	9	1	0	0	0	0	0	0	0	23	16	13	11	10	9	8	8	7
16998	11	8	8	5	6	5	1	2	0	46	49	8	1	0	0	0	0	0	0	0	21	15	12	10	9	8	8	7	7
16998	6	1	2	1	2	0	1	2	1	16	76	2	0	0	0	0	0	0	0	0	9	7	6	6	5	5	5	5	4
16998	13	15	8	5	3	3	4	4	1	56	66	10	1	1	0	0	0	0	0	0	25	17	13	12	10	9	9	8	8
16998	16	8	4	5	8	3	2	2	3	51	69	9	1	0	0	0	0	0	0	0	23	16	13	11	10	9	8	8	7
16998	13	11	6	7	5	2	5	3	6	58	46	11	2	1	0	0	0	0	0	0	25	17	14	12	10	10	9	8	8
16998	19	8	12	4	9	6	1	5	1	65	18	13	2	1	0	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8
16998	18	14	5	12	3	2	5	2	1	62	16	12	2	1	0	0	0	0	0	0	27	18	14	12	11	10	9	9	8
16998	13	14	7	3	1	3	2	3	3	49	53	9	1	0	0	0	0	0	0	0	22	15	12	11	9	9	8	8	7
16998	18	14	5	11	4	4	2	4	2	64	53	12	2	1	0	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8
16998	22	12	7	8	5	3	2	2	3	64	95	12	2	1	0	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8
16998	16	15	9	7	5	6	4	2	1	65	82	13	2	1	0	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16998	18	14	7	5	4	3	0	6	1	58	32	11	2	1	0	0	0	0	0	25	17	14	12	10	10	9	8	8	
16998	14	11	8	11	5	4	6	8	2	69	14	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16998	20	4	11	10	4	1	4	3	3	60	18	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	
16998	18	10	7	10	8	4	4	3	0	64	50	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
16998	13	13	10	4	6	1	5	3	3	58	56	11	2	1	0	0	0	0	0	25	17	14	12	10	10	9	8	8	
16998	20	10	3	5	6	5	2	1	0	52	39	9	1	0	0	0	0	0	0	23	16	13	11	10	9	8	8	7	
16998	15	16	9	11	4	2	4	2	1	64	27	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
16998	22	10	11	9	5	0	3	4	4	68	52	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
16998	20	11	11	8	5	5	4	3	1	68	95	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
16998	16	8	10	6	6	10	5	1	3	65	17	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
16998	16	9	6	7	5	1	5	5	6	60	34	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	
16998	23	12	6	7	4	4	0	4	1	61	54	12	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	9	8	
16998	14	12	7	9	7	5	4	5	1	64	65	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
16998	22	14	5	5	5	9	2	5	1	68	29	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
16998	14	9	12	7	10	3	2	1	0	58	5	11	2	1	0	0	0	0	0	25	17	14	12	10	10	9	8	8	
16998	21	16	8	6	7	3	2	3	3	69	90	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16998	26	10	9	11	3	1	2	3	0	65	10	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16998	19	9	12	8	4	4	4	4	3	67	93	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
16998	9	9	7	5	7	8	4	2	1	52	15	9	1	0	0	0	0	0	0	23	16	13	11	10	9	8	8	7	
16998	28	13	7	8	1	2	0	3	4	66	11	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16998	28	10	5	8	3	4	0	4	1	63	15	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
16998	12	11	10	10	7	10	2	1	3	66	5	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16998	10	19	4	10	6	2	2	3	4	60	3	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	
16998	16	13	9	8	5	7	2	2	1	63	67	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
16998	11	7	13	5	3	5	7	2	0	53	3	10	1	0	0	0	0	0	0	23	16	13	11	10	9	8	8	7	
16998	14	12	8	12	9	1	1	1	6	64	1	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
16998	27	5	6	5	7	4	1	3	2	60	21	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	
16998	13	13	5	5	6	2	2	4	2	52	76	9	1	0	0	0	0	0	0	23	16	13	11	10	9	8	8	7	
16998	16	15	12	5	2	2	4	4	0	60	22	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	
16998	13	12	6	5	6	2	2	1	1	48	74	9	1	0	0	0	0	0	0	22	15	12	10	9	9	8	7	7	
16998	15	12	7	10	5	2	2	3	2	58	68	11	2	1	0	0	0	0	0	25	17	14	12	10	10	9	8	8	
16998	16	6	5	10	11	3	1	0	2	54	1	10	1	0	0	0	0	0	0	24	16	13	11	10	9	8	8	8	
16998	14	9	5	6	4	2	1	2	3	46	96	8	1	0	0	0	0	0	0	21	15	12	10	9	8	8	7	7	
16998	12	15	9	11	5	5	5	1	0	63	11	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16998	8	8	2	5	2	3	1	0	3	32	48	5	1	0	0	0	0	0	0	16	11	9	8	7	7	6	6	6	
16998	13	18	6	5	2	4	2	4	3	57	27	11	2	1	0	0	0	0	0	25	17	14	12	10	9	9	8	8	
16998	15	13	7	6	5	7	5	3	3	64	90	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
16998	15	11	12	5	8	4	4	4	3	66	77	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16998	15	11	7	5	7	4	4	8	4	65	33	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
16998	12	12	6	8	3	7	5	8	3	64	9	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
16998	24	9	7	8	1	5	2	7	3	66	24	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16998	18	16	7	3	4	4	2	6	3	63	51	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
16998	11	11	10	14	8	3	3	3	5	68	4	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
16998	15	8	5	8	9	6	5	5	5	66	28	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16998	21	9	9	11	4	3	2	4	4	67	65	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
16998	17	7	8	5	9	9	4	5	4	68	22	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
16998	21	10	8	5	7	8	8	2	1	70	28	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	13	12	11	10	9	9	
16998	17	9	8	6	5	4	2	6	6	63	52	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
16998	17	15	14	6	2	6	5	1	0	66	11	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16998	6	18	10	7	8	3	4	3	4	63	4	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
16998	20	13	7	6	5	5	5	1	4	66	95	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16998	22	11	10	4	7	3	4	2	2	65	90	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
16998	19	12	11	6	8	3	3	4	3	69	94	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16998	18	13	10	4	8	4	6	3	3	69	85	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16998	21	15	4	6	5	1	1	5	5	63	24	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
16998	21	12	8	6	6	4	6	3	2	68	99	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
16998	21	11	12	11	5	5	1	1	3	70	41	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	13	12	11	10	9	9	
16998	16	11	13	6	7	2	4	3	2	64	65	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
16998	23	13	7	10	2	2	3	5	1	66	39	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16998	17	11	10	8	7	6	2	5	3	69	88	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16998	22	11	8	7	3	3	9	5	2	70	34	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	13	12	11	10	9	9	
16998	15	10	8	10	3	4	6	4	3	63	66	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
16998	16	9	9	8	5	5	4	6	3	65	86	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
16998	16	8	10	8	6	5	5	3	5	66	80	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16998	24	16	4	5	6	5	3	4	1	68	58	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
16998	19	10	5	8	7	4	3	3	4	63	93	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
16998	18	15	13	5	2	2	1	0	2	58	8	11	2	1	0	0	0	0	0	25	17	14	12	10	10	9	8	8	
16998	22	9	5	5	12	2	6	5	2	68	7	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16998	13	13	11	9	1	3	1	7	3	61	6	12	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	9	8	
16998	14	10	12	5	7	5	4	3	3	63	78	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
16998	19	8	6	3	7	3	3	4	2	55	84	10	1	0	0	0	0	0	0	24	17	13	11	10	9	9	8	8	
16998	14	9	14	6	2	2	1	1	3	52	10	9	1	0	0	0	0	0	0	23	16	13	11	10	9	8	8	7	
16998	15	10	13	3	4	9	1	5	2	62	6	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	14	12	11	10	9	9	8	
16998	15	9	10	6	8	2	0	1	6	57	8	11	2	1	0	0	0	0	0	25	17	14	12	10	9	9	8	8	
16998	16	12	9	4	4	3	3	2	2	55	98	10	1	0	0	0	0	0	0	24	17	13	11	10	9	9	8	8	
16998	17	10	12	7	7	5	5	4	1	68	79	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
16998	15	9	5	6	8	5	5	4	0	57	43	11	2	1	0	0	0	0	0	25	17	14	12	10	9	9	8	8	
16998	12	12	8	8	9	10	1	1	5	66	2	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16998	7	3	3	3	1	1	1	2	0	21	94	3	0	0	0	0	0	0	0	11	8	7	6	6	6	5	5	5	
16998	19	8	8	10	4	4	1	5	6	65	30	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
16998	17	16	3	7	7	2	2	2	4	60	31	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	
16998	12	15	13	9	2	10	5	1	0	67	1	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
16998	15	9	10	9	5	6	5	3	3	65	83	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
16998	26	15	5	5	4	3	2	2	4	66	54	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16998	17	16	10	4	6	3	4	1	5	66	55	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16998	15	14	10	10	4	7	3	2	4	69	59	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16998	21	10	9	8	8	4	5	1	3	69	86	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16998	18	13	11	5	2	6	5	4	4	68	79	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
16997	9	15	11	7	4	0	2	2	1	51	5	9	1	0	0	0	0	0	0	23	16	13	11	10	9	8	8	7	
16997	18	19	3	6	4	1	2	1	5	59	4	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	
16997	16	18	2	5	4	6	3	5	3	62	17	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	14	12	11	10	9	9	8	
16997	20	17	5	7	5	3	3	1	2	63	57	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
16997	12	16	14	6	4	2	5	3	4	66	19	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16997	23	14	7	7	2	6	3	1	1	64	52	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
16997	21	12	7	5	7	3	5	2	3	65	96	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
16997	20	14	11	5	3	1	2	3	2	61	57	12	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	9	8	
16997	21	20	6	4	4	4	2	1	2	64	20	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
16997	17	23	7	8	4	2	4	1	2	68	5	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
16997	20	25	5	3	4	4	5	0	1	67	0	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
16997	22	20	9	5	6	1	4	1	0	68	9	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
16997	18	10	9	2	5	4	4	4	3	59	92	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	
16997	13	17	8	4	5	2	4	3	2	58	49	11	2	1	0	0	0	0	0	25	17	14	12	10	10	9	8	8	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16997	5	5	2	8	4	0	0	0	0	24	0	3	0	0	0	0	0	0	0	12	9	8	7	6	6	6	5	5	
16997	13	12	6	6	11	7	4	3	2	64	17	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
16997	20	12	8	4	4	3	7	3	6	67	52	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
16997	19	12	5	5	4	9	4	0	3	61	23	12	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	9	8	
16997	20	13	10	7	4	3	2	3	5	67	90	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
16997	23	11	8	5	6	4	1	4	5	67	82	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
16997	12	14	16	7	9	3	1	2	2	66	3	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16997	17	23	9	6	4	5	2	1	2	69	8	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16997	18	15	7	7	4	7	0	1	4	63	32	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
16997	21	14	8	5	4	1	2	2	5	62	57	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	14	12	11	10	9	9	8	
16997	26	11	7	5	2	4	4	3	1	63	65	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
16997	26	14	6	4	5	4	4	0	5	68	40	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
16997	18	17	11	5	4	1	2	5	6	69	21	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16997	30	13	8	5	3	0	5	3	1	68	14	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
16997	19	12	12	7	3	6	2	3	1	65	68	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
16997	19	17	9	6	5	1	1	1	4	63	29	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
16997	27	12	13	2	5	1	1	3	2	66	10	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16997	16	21	2	6	3	4	5	4	5	66	4	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16997	18	20	9	2	4	4	5	1	2	65	14	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
16997	22	11	15	3	7	0	4	1	1	64	4	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
16997	20	10	10	6	6	3	3	4	2	64	99	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
16997	17	12	4	9	5	5	3	5	4	64	74	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
16997	17	14	13	2	7	7	2	5	3	70	29	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	13	12	11	10	9	9	
16997	19	19	8	6	5	3	2	3	2	67	61	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
16997	28	8	7	5	5	3	2	0	6	64	11	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
16997	15	14	16	5	2	7	1	1	1	62	2	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	14	12	11	10	9	9	8	
16997	22	13	6	2	5	2	1	2	2	55	45	10	1	0	0	0	0	0	0	24	17	13	11	10	9	9	8	8	
16993	18	13	7	1	0	4	0	3	5	51	5	9	1	0	0	0	0	0	0	23	16	13	11	10	9	8	8	7	
16993	14	9	12	5	4	7	3	6	1	61	26	12	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	9	8	
16993	16	10	8	3	5	4	6	1	4	57	69	11	2	1	0	0	0	0	0	25	17	14	12	10	9	9	8	8	
16993	19	11	9	8	7	4	3	3	2	66	99	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16993	22	4	9	11	8	6	0	2	4	66	5	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16993	20	12	6	10	5	4	2	4	1	64	74	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
16993	18	6	9	7	9	3	1	5	1	59	21	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16993	14	9	4	6	6	5	6	2	3	55	69	10	1	0	0	0	0	0	0	0	24	17	13	11	10	9	9	8	8
16993	20	4	4	5	3	3	6	4	1	50	25	9	1	0	0	0	0	0	0	0	22	15	12	11	10	9	8	8	7
16993	15	9	10	4	4	4	3	6	4	59	67	11	2	1	0	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8
16993	22	13	6	6	3	2	2	3	6	63	50	12	2	1	0	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8
16993	19	15	3	7	2	4	2	2	2	56	44	10	1	1	0	0	0	0	0	0	25	17	13	12	10	9	9	8	8
16993	17	12	12	9	5	7	1	3	0	66	27	13	2	1	0	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8
16993	21	10	2	11	6	4	8	5	1	68	7	13	2	1	0	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9
16993	25	9	9	4	3	7	3	3	2	65	65	13	2	1	0	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8
16993	14	10	8	5	3	5	1	4	3	53	89	10	1	0	0	0	0	0	0	0	23	16	13	11	10	9	8	8	7
16993	6	2	1	2	2	1	0	1	2	17	82	2	0	0	0	0	0	0	0	0	10	7	6	6	5	5	5	5	5
16993	16	5	3	7	2	0	2	0	1	36	17	6	1	0	0	0	0	0	0	0	17	12	10	9	8	7	7	6	6
16993	10	7	4	2	5	0	3	3	0	34	44	5	1	0	0	0	0	0	0	0	16	12	10	8	8	7	7	6	6
16993	13	8	5	4	5	1	7	0	1	44	13	8	1	0	0	0	0	0	0	0	20	14	11	10	9	8	8	7	7
16993	8	7	5	5	4	1	4	3	1	38	74	6	1	0	0	0	0	0	0	0	18	13	10	9	8	8	7	7	6
16993	11	12	4	6	2	1	1	1	2	40	46	7	1	0	0	0	0	0	0	0	19	13	11	9	8	8	7	7	7
16993	7	13	3	2	3	4	4	3	0	39	10	6	1	0	0	0	0	0	0	0	18	13	11	9	8	8	7	7	6
16993	10	5	6	6	5	2	4	3	0	41	55	7	1	0	0	0	0	0	0	0	19	13	11	9	8	8	7	7	7

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16993	11	7	6	4	3	5	2	2	2	42	98	7	1	0	0	0	0	0	0	0	19	14	11	10	9	8	7	7	7
16993	17	10	15	7	5	3	4	2	0	63	22	12	2	1	0	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8
16993	22	14	6	5	4	3	5	1	1	61	67	12	2	1	0	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	9	8
16993	26	14	10	10	4	3	2	2	1	72	52	14	2	1	0	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9
16993	19	11	6	2	3	1	0	3	2	47	39	8	1	0	0	0	0	0	0	0	21	15	12	10	9	8	8	7	7
16999	11	12	6	7	7	2	5	1	4	55	39	10	1	0	0	0	0	0	0	0	24	17	13	11	10	9	9	8	8
16999	17	6	7	8	3	5	3	2	3	54	85	10	1	0	0	0	0	0	0	0	24	16	13	11	10	9	8	8	8
16999	15	14	7	6	4	4	3	1	4	58	87	11	2	1	0	0	0	0	0	0	25	17	14	12	10	10	9	8	8
16999	14	9	10	2	7	1	4	2	3	52	40	9	1	0	0	0	0	0	0	0	23	16	13	11	10	9	8	8	7
16999	17	8	10	3	4	5	2	2	0	51	58	9	1	0	0	0	0	0	0	0	23	16	13	11	10	9	8	8	7
16999	20	8	7	0	7	5	3	2	2	54	35	10	1	0	0	0	0	0	0	0	24	16	13	11	10	9	8	8	8
16999	20	7	7	11	4	2	3	1	2	57	33	11	2	1	0	0	0	0	0	0	25	17	14	12	10	9	9	8	8
16999	22	7	11	2	3	7	5	7	1	65	8	13	2	1	0	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8
16999	6	2	3	3	5	1	2	1	2	25	48	3	0	0	0	0	0	0	0	0	13	9	8	7	6	6	6	6	5
16999	35	12	24	12	9	7	7	3	5	114	18	25	4	1	1	0	0	0	0	0	45	29	23	19	17	15	13	12	12
16999	160	83	50	33	19	24	23	19	13	424	1	109	18	7	4	2	2	1	1	1	147	91	68	55	46	40	36	32	30
16999	15	15	8	8	2	2	3	2	1	56	47	10	1	1	0	0	0	0	0	0	25	17	13	12	10	9	9	8	8

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16999	24	10	7	4	4	4	1	5	3	62	71	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	14	12	11	10	9	9	8	
16999	18	10	10	6	5	2	2	5	4	62	85	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	14	12	11	10	9	9	8	
16999	20	9	14	5	1	2	1	1	0	53	3	10	1	0	0	0	0	0	0	23	16	13	11	10	9	8	8	7	
16999	23	13	8	4	4	2	2	3	1	60	72	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	
16999	15	13	11	6	6	2	3	2	2	60	79	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	
16999	16	16	12	5	3	3	3	2	1	61	42	12	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	9	8	
16999	16	10	5	6	2	4	8	4	6	61	13	12	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	9	8	
16999	21	17	9	4	6	0	2	2	1	62	19	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	14	12	11	10	9	9	8	
16999	21	12	11	3	5	2	3	1	3	61	64	12	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	9	8	
16999	18	14	3	6	5	4	5	1	3	59	65	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	
16999	21	12	12	8	4	3	2	4	2	68	85	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
16999	17	9	10	6	5	1	4	2	4	58	81	11	2	1	0	0	0	0	0	25	17	14	12	10	10	9	8	8	
16999	16	11	10	4	5	4	4	4	4	62	96	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	14	12	11	10	9	9	8	
16999	24	8	6	6	8	5	2	4	0	63	39	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
16999	9	6	5	2	2	2	1	1	3	31	92	5	1	0	0	0	0	0	0	15	11	9	8	7	7	6	6	6	
17000	16	8	5	7	7	5	3	3	2	56	90	10	1	1	0	0	0	0	0	25	17	13	12	10	9	9	8	8	
17000	10	10	6	14	7	6	4	0	4	61	1	12	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	9	8	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
17000	15	11	6	11	5	4	3	3	2	60	68	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	
17000	21	5	7	9	8	2	4	2	3	61	37	12	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	9	8	
17000	13	10	11	10	6	3	2	2	3	60	46	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	
17000	13	7	7	11	8	8	4	2	4	64	10	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
17000	13	7	11	10	10	6	5	2	0	64	4	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
17000	11	6	13	16	3	3	4	0	1	57	0	11	2	1	0	0	0	0	0	25	17	14	12	10	9	9	8	8	
17000	16	13	4	11	8	4	5	1	5	67	20	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
17000	10	8	13	13	6	6	5	5	2	68	3	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
17000	8	11	12	10	9	4	5	3	5	67	6	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
17000	20	8	7	6	5	8	4	4	5	67	69	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
17000	22	17	7	5	2	4	3	5	2	67	60	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
17000	15	6	5	12	4	8	4	1	5	60	3	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	
17000	17	13	8	8	5	2	1	5	3	62	73	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	14	12	11	10	9	9	8	
17000	27	7	7	5	4	10	3	0	3	66	5	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
17000	7	5	5	0	3	1	3	1	0	25	50	3	0	0	0	0	0	0	0	13	9	8	7	6	6	6	6	5	
17000	17	8	9	7	6	6	1	6	5	65	45	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
17000	23	6	7	4	3	4	7	5	3	62	34	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	14	12	11	10	9	9	8	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
17000	27	9	7	6	5	7	3	5	0	69	40	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
17000	25	11	8	4	6	2	5	6	3	70	70	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	13	12	11	10	9	9	
17000	21	8	6	7	5	4	4	2	7	64	44	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
17000	22	9	9	8	1	7	3	1	0	60	17	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	
17000	18	12	3	9	9	9	5	5	3	73	19	15	2	1	0	0	0	0	0	31	21	16	14	12	11	10	9	9	
17000	24	10	9	8	4	4	3	3	4	69	97	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
17000	18	17	11	7	5	3	1	7	3	72	36	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
17000	17	10	10	10	7	6	3	0	0	63	19	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
17000	16	10	5	8	9	6	5	6	5	70	35	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	13	12	11	10	9	9	
17000	15	13	17	7	5	5	5	0	1	68	5	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
17000	20	12	10	11	4	3	5	3	2	70	79	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	13	12	11	10	9	9	
17000	21	12	10	7	7	3	5	3	3	71	99	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
17000	19	12	8	6	6	4	3	4	7	69	71	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
17000	80	39	34	33	15	27	11	8	9	256	7	63	10	4	2	1	1	1	0	92	58	44	36	31	27	24	22	20	
17000	23	12	10	3	7	5	4	4	6	74	77	15	2	1	0	0	0	0	0	31	21	16	14	12	11	10	10	9	
17000	18	7	8	7	6	9	8	5	4	72	20	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
17000	28	11	9	4	7	6	0	5	1	71	24	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
17000	17	12	6	4	6	4	4	6	5	64	70	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
17000	15	15	10	7	6	6	2	2	2	65	74	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
17000	21	6	11	9	7	8	2	1	1	66	14	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
17000	17	19	5	4	6	5	4	3	4	67	46	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
17000	19	10	9	11	6	6	1	1	3	66	42	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
17000	20	11	6	11	5	4	4	4	1	66	70	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
17000	24	6	11	12	3	2	3	1	2	64	8	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
17000	21	10	7	6	3	7	2	4	3	63	86	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
17000	12	4	5	13	9	7	8	4	4	66	0	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
17000	14	14	9	11	4	6	1	2	3	64	32	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
17000	18	11	6	9	7	3	7	2	2	65	59	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
17000	7	7	12	16	6	4	4	5	2	63	0	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
17000	9	5	7	13	11	4	4	3	7	63	0	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
17000	13	13	8	12	7	2	2	1	1	59	8	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	
17000	25	13	9	10	3	7	2	1	1	71	35	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
17000	22	5	11	10	5	0	5	4	3	65	15	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
17000	15	7	6	10	13	7	5	3	3	69	2	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
17000	21	11	13	7	5	5	5	3	1	71	85	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
17000	23	12	6	5	9	8	5	2	0	70	26	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	13	12	11	10	9	9	
17000	18	11	6	9	8	5	7	4	4	72	71	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
17000	19	7	11	6	4	6	9	4	6	72	15	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
17000	19	17	3	6	4	7	3	8	4	71	11	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
17000	17	8	8	8	4	5	5	3	7	65	43	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
17000	19	15	5	9	7	1	4	2	2	64	46	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
17000	10	3	2	3	3	0	2	1	1	25	83	3	0	0	0	0	0	0	0	13	9	8	7	6	6	6	6	5	
17000	14	11	11	5	10	6	3	4	2	66	38	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
17000	22	5	8	7	3	9	6	2	8	70	2	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	13	12	11	10	9	9	
17000	23	9	7	10	7	4	2	2	2	66	68	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
17000	25	9	6	7	7	5	4	4	3	70	94	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	13	12	11	10	9	9	
17000	17	13	11	5	8	2	5	4	1	66	60	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
17000	16	12	9	8	10	8	3	3	3	72	48	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
17000	15	8	9	11	8	6	7	4	3	71	31	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
17000	18	17	10	7	5	1	4	6	2	70	49	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	13	12	11	10	9	9	
17000	13	10	7	15	4	11	1	2	1	64	0	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
17000	19	14	6	9	5	3	5	3	3	67	93	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
17000	16	12	6	12	7	3	5	6	1	68	22	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
17000	13	13	6	5	5	3	2	2	1	50	88	9	1	0	0	0	0	0	0	22	15	12	11	10	9	8	8	7	
17000	16	7	10	6	5	8	6	6	2	66	30	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
17000	20	20	6	7	4	9	2	1	3	72	13	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
17000	29	11	9	4	6	6	1	4	1	71	39	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
17000	21	15	8	7	6	4	4	5	1	71	95	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
17000	10	16	11	7	8	4	7	1	5	69	9	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
17000	18	15	15	10	3	4	2	3	1	71	21	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
17000	18	11	8	11	8	7	4	2	1	70	46	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	13	12	11	10	9	9	
17000	15	10	6	16	7	5	6	2	0	67	1	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
17000	15	13	14	9	4	2	4	3	2	66	39	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
17000	20	5	8	8	4	3	1	4	10	63	0	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
17000	19	8	8	6	10	4	2	5	5	67	39	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
17000	17	5	10	17	8	6	0	2	2	67	0	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
17000	20	11	7	8	7	3	3	2	1	62	88	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	14	12	11	10	9	9	8	
17000	21	7	9	8	9	3	4	4	1	66	53	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
17000	17	12	8	9	7	4	3	3	2	65	95	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
17000	15	10	6	12	9	0	2	4	3	61	4	12	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	9	8	
17000	16	12	8	10	9	2	4	3	2	66	51	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
17000	12	11	8	8	9	3	2	5	3	61	37	12	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	9	8	
17000	21	9	12	10	8	3	2	2	4	71	52	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
17000	10	11	10	6	4	2	1	1	0	45	24	8	1	0	0	0	0	0	0	21	14	12	10	9	8	8	7	7	
17000	6	2	1	0	0	1	1	0	0	11	69	1	0	0	0	0	0	0	0	7	6	5	5	4	4	4	4	4	
17025	13	5	13	5	1	3	6	4	4	54	5	10	1	0	0	0	0	0	0	24	16	13	11	10	9	8	8	8	
17025	18	9	8	7	9	5	5	5	4	70	80	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	13	12	11	10	9	9	
17025	13	13	12	3	9	4	5	4	3	66	32	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
17025	18	9	9	5	6	6	0	3	7	63	18	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
17025	22	12	12	7	5	2	5	0	2	67	51	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
17025	17	12	6	6	9	4	4	3	6	67	57	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
17025	19	8	9	5	5	3	1	5	3	58	81	11	2	1	0	0	0	0	0	25	17	14	12	10	10	9	8	8	
17025	20	4	6	12	5	5	2	2	3	59	12	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	
17025	22	12	11	3	4	1	4	3	2	62	60	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	14	12	11	10	9	9	8	
17025	12	4	4	5	4	1	2	2	5	39	36	6	1	0	0	0	0	0	0	18	13	11	9	8	8	7	7	6	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
17025	18	10	10	10	6	4	6	3	3	70	88	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	13	12	11	10	9	9	
17025	28	7	12	4	4	6	3	2	6	72	21	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
17025	16	11	4	12	0	8	3	3	3	60	3	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	
17025	18	6	14	10	6	4	3	4	1	66	22	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
17025	19	11	9	12	2	2	5	3	4	67	35	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
17025	14	8	8	7	8	4	3	1	3	56	69	10	1	1	0	0	0	0	0	25	17	13	12	10	9	9	8	8	
17025	15	18	9	5	5	2	7	3	2	66	31	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
17025	17	12	9	8	4	6	5	5	3	69	96	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
17025	23	13	5	1	5	5	1	3	6	62	15	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	14	12	11	10	9	9	8	
17001	15	9	4	7	7	2	6	4	2	56	51	10	1	1	0	0	0	0	0	25	17	13	12	10	9	9	8	8	
17001	15	10	5	11	7	7	5	1	2	63	21	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
17001	16	12	7	7	6	6	2	5	0	61	59	12	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	9	8	
17001	15	8	7	7	11	5	5	1	4	63	16	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
17001	17	10	12	9	7	2	2	2	2	63	50	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
17001	11	11	9	10	9	4	0	6	3	63	5	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
17001	18	6	10	11	6	6	4	2	3	66	45	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
17001	16	7	13	12	4	2	4	3	2	63	12	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
17001	12	14	6	14	6	4	7	5	2	70	4	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	13	12	11	10	9	9	
17001	20	5	10	7	10	5	4	2	3	66	32	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
17001	20	10	4	9	6	8	3	4	1	65	41	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
17001	21	9	2	10	4	9	3	6	5	69	6	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
17001	15	13	5	16	0	6	9	0	1	65	0	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
17001	20	8	7	10	4	9	1	2	4	65	17	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
17001	23	12	6	7	6	4	4	3	3	68	100	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
17001	22	13	9	8	7	2	3	4	2	70	93	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	13	12	11	10	9	9	
17001	3	3	1	2	1	4	1	2	3	20	9	2	0	0	0	0	0	0	0	11	8	7	6	6	5	5	5	5	
17001	22	11	8	6	5	7	2	3	5	69	88	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
17001	21	10	11	6	4	4	4	2	3	65	98	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
17001	10	12	5	10	4	6	6	6	6	65	5	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
17001	19	13	14	3	5	5	3	4	4	70	64	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	13	12	11	10	9	9	
17001	18	15	7	8	9	2	3	4	2	68	63	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
17001	23	17	7	3	7	2	1	2	4	66	27	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
17001	17	15	9	10	6	5	2	4	0	68	49	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
17001	16	15	7	4	3	6	5	6	6	68	32	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
17001	22	11	3	8	4	4	7	2	3	64	46	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
17001	18	10	7	9	7	7	3	3	4	68	85	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
17001	22	12	11	5	4	7	4	3	3	71	95	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
17001	18	17	10	5	6	3	3	1	3	66	67	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
17001	25	12	3	7	6	2	1	1	5	62	17	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	14	12	11	10	9	9	8	
17001	24	16	7	5	3	3	2	2	1	63	50	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
17001	22	17	8	4	2	3	3	0	3	62	27	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	14	12	11	10	9	9	8	
17001	16	15	8	9	5	3	1	1	0	58	24	11	2	1	0	0	0	0	0	25	17	14	12	10	10	9	8	8	
17001	25	9	12	4	4	4	3	5	3	69	71	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
17001	26	10	9	5	3	4	3	3	5	68	78	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
17001	17	15	13	1	6	5	1	2	4	64	14	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
17001	24	15	8	9	3	3	4	2	1	69	67	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
17001	18	13	11	7	4	2	7	0	3	65	34	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
17001	23	17	9	5	4	5	1	4	1	69	56	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
17001	18	15	10	10	4	4	1	4	3	69	68	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
17001	25	12	7	13	2	2	3	0	5	69	5	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
17001	23	13	9	5	6	5	2	4	2	69	97	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
17001	21	7	9	9	3	9	3	4	4	69	36	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
17001	14	12	10	10	5	4	2	6	4	67	50	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
17001	14	10	5	8	6	6	9	5	3	66	15	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
17001	18	3	8	22	3	7	2	2	5	70	0	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	13	12	11	10	9	9	
17001	18	10	6	10	7	5	2	4	4	66	75	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
17001	14	12	10	10	10	2	5	2	2	67	21	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
17001	14	11	7	11	4	8	1	6	3	65	12	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
17001	21	9	10	8	4	4	4	5	2	67	94	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
17001	19	10	2	1	1	2	0	2	1	38	8	6	1	0	0	0	0	0	0	18	13	10	9	8	8	7	7	6	
22996	22	9	8	5	6	6	1	6	2	65	61	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
22996	25	9	5	8	8	4	5	7	3	74	49	15	2	1	0	0	0	0	0	31	21	16	14	12	11	10	10	9	
22996	25	17	11	4	2	7	2	1	4	73	25	15	2	1	0	0	0	0	0	31	21	16	14	12	11	10	9	9	
22996	21	14	6	10	4	5	3	7	3	73	62	15	2	1	0	0	0	0	0	31	21	16	14	12	11	10	9	9	
22996	19	18	11	8	4	2	5	4	2	73	66	15	2	1	0	0	0	0	0	31	21	16	14	12	11	10	9	9	
22996	25	14	10	7	6	6	3	2	1	74	89	15	2	1	0	0	0	0	0	31	21	16	14	12	11	10	10	9	
22996	17	4	12	6	4	0	3	2	3	51	16	9	1	0	0	0	0	0	0	23	16	13	11	10	9	8	8	7	
22996	16	17	9	7	4	5	1	4	2	65	61	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
22996	13	11	10	11	7	3	4	2	2	63	40	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
22996	23	15	13	8	4	2	1	6	1	73	27	15	2	1	0	0	0	0	0	31	21	16	14	12	11	10	9	9	
22996	17	15	5	11	2	7	9	3	4	73	7	15	2	1	0	0	0	0	0	31	21	16	14	12	11	10	9	9	
22996	17	17	13	4	10	4	4	3	3	75	38	15	2	1	0	0	0	0	0	31	21	17	14	12	11	10	10	9	
22996	23	14	10	4	6	5	2	3	2	69	91	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
22996	19	16	15	3	4	2	4	4	1	68	17	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
22996	21	14	8	6	4	2	6	3	2	66	87	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
22996	23	11	10	9	6	1	5	2	5	72	66	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
22996	15	14	6	9	4	6	9	4	3	70	24	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	13	12	11	10	9	9	
22996	18	10	13	8	6	4	3	3	3	68	88	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
22996	22	11	13	6	1	6	6	5	5	75	43	15	2	1	0	0	0	0	0	31	21	17	14	12	11	10	10	9	
22996	16	16	11	9	2	2	4	6	6	72	19	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
22996	28	9	8	9	5	5	4	1	5	74	61	15	2	1	0	0	0	0	0	31	21	16	14	12	11	10	10	9	
22996	2	10	2	5	1	3	2	1	4	30	2	4	1	0	0	0	0	0	0	15	11	9	8	7	7	6	6	6	
22995	17	12	11	2	7	4	6	3	2	64	56	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
22995	11	12	11	14	6	6	4	4	2	70	8	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	13	12	11	10	9	9	
22995	14	9	10	12	7	5	7	4	4	72	27	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
22995	22	9	5	8	6	5	9	4	1	69	23	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
22995	21	12	10	6	5	7	4	3	2	70	98	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	13	12	11	10	9	9	
22995	18	19	11	5	3	10	2	3	4	75	13	15	2	1	0	0	0	0	0	31	21	17	14	12	11	10	10	9	
22995	27	10	10	8	4	3	4	4	3	73	91	15	2	1	0	0	0	0	0	31	21	16	14	12	11	10	9	9	
22995	19	14	11	7	4	6	1	6	4	72	68	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
22995	15	17	10	9	8	7	1	3	4	74	38	15	2	1	0	0	0	0	0	31	21	16	14	12	11	10	10	9	
22995	8	9	1	1	3	2	2	3	1	30	46	4	1	0	0	0	0	0	0	15	11	9	8	7	7	6	6	6	
22995	19	9	5	3	6	6	3	7	3	61	36	12	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	9	8	
22995	21	17	8	8	4	3	3	3	3	70	90	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	13	12	11	10	9	9	
22995	22	14	4	11	1	3	5	6	2	68	13	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
22995	16	9	11	7	8	6	2	6	2	67	49	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
22995	18	11	9	5	4	1	2	7	3	60	39	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	
22995	15	11	11	11	4	5	3	3	2	65	59	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
22995	20	15	12	6	4	2	6	5	1	71	56	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
22995	16	13	12	8	6	6	2	2	3	68	76	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
22995	22	12	7	6	5	3	6	5	2	68	93	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
22995	23	19	6	2	3	5	4	3	3	68	30	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
22995	21	18	7	6	5	1	5	2	3	68	53	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
22995	18	18	4	4	10	4	2	6	3	69	10	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
22995	14	13	9	8	10	2	2	5	2	65	25	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
22995	15	19	5	9	5	6	4	2	3	68	34	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
22995	17	15	9	4	7	9	1	1	5	68	14	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
22995	18	16	12	6	8	2	4	2	0	68	29	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
22995	16	14	8	11	2	4	5	6	1	67	25	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
22995	14	12	12	6	7	4	3	5	8	71	15	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
22995	20	16	3	6	9	0	5	3	3	65	12	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
22995	16	11	15	7	2	3	5	6	4	69	21	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
22995	20	13	4	8	8	6	6	3	1	69	54	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
22995	24	12	7	9	8	3	1	3	4	71	68	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
22995	24	11	14	9	1	4	2	2	2	69	23	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
22995	20	15	11	8	9	4	3	1	2	73	66	15	2	1	0	0	0	0	0	31	21	16	14	12	11	10	9	9	
22995	21	17	10	7	4	1	3	3	2	68	62	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
22995	15	18	7	9	11	4	4	1	6	75	9	15	2	1	0	0	0	0	0	31	21	17	14	12	11	10	10	9	
22995	14	6	11	12	10	8	5	3	4	73	4	15	2	1	0	0	0	0	0	31	21	16	14	12	11	10	9	9	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
22995	21	8	6	16	7	2	3	3	3	69	3	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
22995	23	6	14	13	8	2	1	2	2	71	2	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
22995	11	6	16	18	9	0	3	5	0	68	0	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
22995	21	6	7	9	4	2	7	4	4	64	35	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
22995	20	9	8	14	10	4	1	3	0	69	2	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
22995	24	9	12	11	4	4	1	3	2	70	38	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	13	12	11	10	9	9	
22995	14	7	14	10	6	4	5	3	1	64	16	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
22995	21	12	6	5	4	5	0	2	3	58	71	11	2	1	0	0	0	0	0	25	17	14	12	10	10	9	8	8	
17002	12	5	12	4	7	6	2	2	2	52	15	9	1	0	0	0	0	0	0	23	16	13	11	10	9	8	8	7	
17002	18	7	3	4	8	4	5	3	0	52	24	9	1	0	0	0	0	0	0	23	16	13	11	10	9	8	8	7	
17002	17	8	2	3	1	7	2	4	1	45	12	8	1	0	0	0	0	0	0	21	14	12	10	9	8	8	7	7	
17002	16	10	9	7	4	3	1	0	3	53	66	10	1	0	0	0	0	0	0	23	16	13	11	10	9	8	8	7	
17002	14	12	8	4	3	8	2	2	2	55	46	10	1	0	0	0	0	0	0	24	17	13	11	10	9	9	8	8	
17002	19	16	6	3	4	3	3	2	1	57	58	11	2	1	0	0	0	0	0	25	17	14	12	10	9	9	8	8	
17002	8	2	3	1	2	4	0	3	1	24	30	3	0	0	0	0	0	0	0	12	9	8	7	6	6	6	5	5	
17002	23	9	10	5	4	1	5	4	4	65	70	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
17002	14	12	11	4	7	5	3	4	6	66	49	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
17002	15	9	15	4	10	2	3	1	4	63	3	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
17002	17	13	9	8	5	6	6	0	1	65	46	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
17002	22	11	3	9	2	5	4	5	2	63	42	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
17002	21	6	8	5	7	4	2	6	1	60	41	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	
17002	14	13	14	7	7	4	3	4	3	69	59	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
17002	13	15	4	7	7	6	10	4	1	67	2	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
17002	15	9	12	11	4	4	3	3	2	63	44	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
17002	13	10	15	9	6	9	3	0	2	67	2	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
17002	17	10	9	4	8	5	3	4	6	66	60	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
17002	26	9	4	3	6	10	2	5	3	68	6	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
17002	15	10	8	6	5	4	4	0	4	56	82	10	1	1	0	0	0	0	0	25	17	13	12	10	9	9	8	8	
17002	21	22	6	3	3	1	6	2	5	69	3	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
17002	21	21	8	3	4	5	5	0	2	69	11	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
17002	27	10	5	6	3	4	4	1	5	65	42	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
17002	16	20	11	7	3	5	1	1	5	69	11	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
17002	25	13	11	2	6	1	3	4	3	68	42	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
17002	15	12	7	7	12	5	3	4	2	67	22	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
17002	22	16	7	9	3	6	2	2	1	68	52	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
17002	22	11	6	10	7	3	1	4	5	69	54	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
17002	17	9	7	6	9	5	3	2	1	59	65	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	
17002	19	14	8	7	6	8	2	1	3	68	66	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
17002	26	9	11	5	4	4	1	4	2	66	58	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
17002	21	12	13	10	4	3	1	3	4	71	52	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
17002	19	10	12	6	5	3	3	7	3	68	62	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
17002	25	10	8	1	7	6	1	5	2	65	22	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
17002	19	17	11	6	5	1	2	4	3	68	55	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
17002	23	5	8	5	3	2	5	1	10	62	0	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	14	12	11	10	9	9	8	
17002	13	15	8	4	10	7	4	1	2	64	13	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
17002	19	11	9	8	5	1	3	4	3	63	90	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
17002	21	9	10	6	2	6	4	5	1	64	66	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
17002	18	9	8	2	8	7	3	2	5	62	33	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	14	12	11	10	9	9	8	
17002	17	6	6	5	4	3	4	10	4	59	1	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	
17002	20	7	11	3	6	4	2	5	1	59	45	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	
17002	23	12	4	5	2	2	1	0	4	53	16	10	1	0	0	0	0	0	0	23	16	13	11	10	9	8	8	7	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
17002	18	11	7	5	1	5	0	3	4	54	48	10	1	0	0	0	0	0	0	24	16	13	11	10	9	8	8	8	
17002	17	9	8	8	4	3	2	1	4	56	85	10	1	1	0	0	0	0	0	25	17	13	12	10	9	9	8	8	
17002	19	9	6	5	0	6	4	0	4	53	23	10	1	0	0	0	0	0	0	23	16	13	11	10	9	8	8	7	
17002	18	8	5	9	4	5	5	6	4	64	55	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
17002	18	8	8	7	6	5	2	3	2	59	97	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	
17002	21	8	7	6	6	3	5	3	1	60	90	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	
17002	17	9	14	5	4	6	3	5	0	63	23	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
17002	11	3	3	3	1	4	2	2	0	29	64	4	1	0	0	0	0	0	0	14	10	9	8	7	7	6	6	6	
17002	15	12	9	8	7	3	4	3	2	63	93	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
17002	13	5	8	16	8	6	4	3	4	67	0	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
17002	26	10	10	6	3	2	4	3	4	68	76	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
17002	18	13	8	5	9	1	7	4	5	70	32	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	13	12	11	10	9	9	
17002	19	16	9	5	9	3	3	0	5	69	30	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
17002	21	10	8	7	8	3	5	4	3	69	96	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
17002	22	12	13	7	5	4	3	1	2	69	77	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
17002	18	10	13	8	6	2	5	3	4	69	72	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
17002	14	13	13	8	3	4	2	3	3	63	52	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
17002	16	16	8	6	9	4	1	4	4	68	49	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
17002	15	17	16	2	4	7	2	2	3	68	3	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
17002	21	13	7	4	8	5	2	2	5	67	70	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
17002	29	9	6	8	4	5	2	3	1	67	41	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
17002	24	13	11	5	1	3	4	2	7	70	20	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	13	12	11	10	9	9	
17002	24	13	3	2	2	8	5	6	2	65	5	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
17002	18	15	9	5	4	6	4	3	3	67	97	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
17002	18	12	14	8	4	4	2	3	5	70	59	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	13	12	11	10	9	9	
17002	18	15	8	6	6	4	5	3	2	67	98	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
17002	32	6	6	2	3	3	4	2	6	64	1	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
17002	25	11	5	10	7	7	0	3	1	69	18	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
17002	27	15	3	3	4	8	2	4	2	68	12	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
17002	23	12	12	8	4	4	3	2	2	70	89	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	13	12	11	10	9	9	
17002	17	16	10	6	7	1	4	4	1	66	52	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
17002	22	14	11	4	2	4	5	0	4	66	38	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
17002	18	17	10	1	8	7	5	4	1	71	19	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
17002	29	13	3	3	5	7	3	2	1	66	11	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
17002	20	10	15	4	6	1	8	3	3	70	11	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	13	12	11	10	9	9	
17002	11	6	7	13	7	9	1	5	3	62	0	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	14	12	11	10	9	9	8	
17002	17	13	12	8	4	4	4	3	5	70	87	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	13	12	11	10	9	9	
17002	18	11	11	6	5	5	4	3	3	66	100	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
17002	17	12	4	9	10	1	3	3	6	65	8	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
17002	26	8	11	6	4	1	2	3	3	64	43	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
17002	16	11	10	7	7	6	3	4	2	66	93	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
17002	12	6	13	12	8	7	4	4	0	66	1	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
17002	19	17	8	6	6	3	1	2	4	66	64	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
17002	22	9	4	7	9	4	2	1	3	61	37	12	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	9	8	
17002	18	15	2	6	3	6	4	2	4	60	38	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	
17002	13	9	12	6	6	3	5	1	1	56	39	10	1	1	0	0	0	0	0	25	17	13	12	10	9	9	8	8	
17002	18	9	8	6	4	6	2	5	2	60	91	11	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8	
17002	15	13	4	7	5	5	3	4	6	62	52	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	14	12	11	10	9	9	8	
17002	17	14	7	7	2	6	4	1	4	62	67	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	14	12	11	10	9	9	8	
17002	2	1	1	1	2	3	1	1	0	12	30	1	0	0	0	0	0	0	0	7	6	5	5	5	4	4	4	4	
16995	9	5	7	5	4	6	5	2	2	45	41	8	1	0	0	0	0	0	0	21	14	12	10	9	8	8	7	7	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16995	11	12	7	6	5	6	2	2	3	54	77	10	1	0	0	0	0	0	0	0	24	16	13	11	10	9	8	8	8
16995	12	9	10	5	9	5	2	3	3	58	42	11	2	1	0	0	0	0	0	0	25	17	14	12	10	10	9	8	8
16995	16	10	9	5	3	5	2	4	4	58	93	11	2	1	0	0	0	0	0	0	25	17	14	12	10	10	9	8	8
16995	17	15	7	5	5	3	3	3	1	59	89	11	2	1	0	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8
16995	15	12	4	9	7	5	4	3	0	59	40	11	2	1	0	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8
16995	14	16	6	7	6	3	3	3	2	60	75	11	2	1	0	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8
16995	18	11	11	7	5	1	6	3	3	65	74	13	2	1	0	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8
16995	11	7	3	4	0	4	7	0	1	37	2	6	1	0	0	0	0	0	0	0	18	12	10	9	8	7	7	7	6
16995	43	25	32	19	10	9	10	9	9	166	29	39	6	2	1	1	0	0	0	0	63	40	31	25	22	19	17	16	15
16995	131	74	60	48	30	19	16	23	11	412	13	106	17	7	4	2	1	1	1	1	143	89	66	53	45	39	35	32	29
16995	25	6	9	2	5	4	1	3	2	57	28	11	2	1	0	0	0	0	0	0	25	17	14	12	10	9	9	8	8
16995	21	7	8	7	6	1	4	1	4	59	57	11	2	1	0	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8
16995	20	15	9	4	8	2	1	3	2	64	50	12	2	1	0	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8
16995	16	9	7	7	8	6	3	3	1	60	74	11	2	1	0	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	8	8
16995	16	17	7	8	5	3	4	2	3	65	77	13	2	1	0	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8
16995	23	11	10	13	6	0	2	3	1	69	9	14	2	1	0	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9
16995	23	16	5	5	1	4	4	5	3	66	44	13	2	1	0	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16995	21	11	9	5	10	5	3	3	4	71	79	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
16995	19	18	9	3	4	3	3	5	4	68	52	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
16995	22	14	5	7	3	3	2	3	4	63	78	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
16995	11	14	7	7	5	6	5	7	4	66	28	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16995	19	13	8	6	5	2	3	1	5	62	78	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	14	12	11	10	9	9	8	
16995	18	12	10	3	7	2	5	4	3	64	77	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
16995	17	10	10	8	7	3	2	4	5	66	78	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16995	15	12	9	9	4	6	3	6	2	66	68	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16995	26	8	8	6	3	3	5	8	3	70	25	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	13	12	11	10	9	9	
16995	167	100	77	34	36	27	27	21	16	505	5	132	22	9	5	3	2	1	1	173	107	79	64	54	47	41	37	34	
16995	19	20	5	7	8	3	5	0	4	71	15	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
16995	22	8	11	8	3	3	3	4	6	68	53	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
16995	20	13	6	8	3	4	3	1	3	61	86	12	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	9	8	
16995	20	14	8	9	5	2	4	5	4	71	91	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
16995	20	13	4	8	8	5	5	4	3	70	83	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	13	12	11	10	9	9	
16995	17	17	7	2	5	9	4	4	9	74	1	15	2	1	0	0	0	0	0	31	21	16	14	12	11	10	10	9	
16995	23	7	8	9	8	7	1	6	3	72	33	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16995	23	11	5	10	8	4	2	3	1	67	49	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
16995	19	7	8	9	4	6	3	3	2	61	83	12	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	9	8	
16995	20	9	10	2	6	3	6	6	0	62	19	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	14	12	11	10	9	9	8	
16995	20	12	10	6	6	3	5	1	1	64	82	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
16995	16	13	11	5	8	4	6	3	2	68	75	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
16995	21	11	9	7	3	3	3	2	3	62	97	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	14	12	11	10	9	9	8	
16995	14	11	10	6	3	5	8	3	3	63	43	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
16995	22	11	7	3	6	3	8	2	4	66	41	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16995	24	14	6	5	1	2	4	3	3	62	51	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	14	12	11	10	9	9	8	
16995	26	13	10	7	4	2	0	1	2	65	26	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
16995	21	14	8	5	6	3	5	2	1	65	88	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
16995	10	17	14	8	7	2	5	3	2	68	8	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
16995	13	13	13	9	6	1	7	3	1	66	11	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16995	17	14	8	4	6	4	4	2	2	61	95	12	2	1	0	0	0	0	0	26	18	14	12	11	10	9	9	8	
16995	16	5	18	4	4	7	5	2	4	65	1	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
16995	22	13	12	7	7	2	1	2	1	67	44	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
16995	17	19	13	7	4	2	5	2	0	69	12	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16995	10	7	6	1	2	1	6	2	2	37	23	6	1	0	0	0	0	0	0	18	12	10	9	8	7	7	7	6	
16995	23	7	10	8	5	3	5	3	4	68	85	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
16995	42	27	20	19	8	10	7	8	8	149	90	34	5	2	1	1	0	0	0	57	37	28	23	20	18	16	15	14	
16995	19	13	12	6	4	2	4	4	4	68	87	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
16995	15	13	9	5	8	6	3	0	4	63	45	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	15	12	11	10	9	9	8	
16995	21	9	5	3	5	6	5	7	6	67	18	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
16995	19	14	6	10	2	5	6	1	4	67	40	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
16995	23	20	5	6	5	5	3	5	0	72	24	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
16995	27	14	9	5	7	4	4	3	0	73	67	15	2	1	0	0	0	0	0	31	21	16	14	12	11	10	9	9	
16995	31	17	3	3	0	3	3	4	6	70	1	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	13	12	11	10	9	9	
16995	20	14	8	5	4	10	2	3	3	69	38	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16995	26	9	8	9	4	1	8	1	3	69	15	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16995	13	17	13	7	7	1	5	5	0	68	7	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
16995	26	8	10	6	5	3	6	4	1	69	63	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16995	28	9	11	8	5	5	4	2	1	73	66	15	2	1	0	0	0	0	0	31	21	16	14	12	11	10	9	9	
16995	16	12	7	8	11	4	8	2	3	71	17	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
16995	99	44	38	25	19	13	15	14	7	274	38	68	11	4	2	1	1	1	0	98	62	47	38	32	28	25	23	21	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16995	19	11	13	7	5	6	2	3	4	70	84	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	13	12	11	10	9	9	
16995	22	15	10	7	3	4	3	6	2	72	83	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
16995	27	9	12	11	2	3	4	2	2	72	26	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
16995	21	13	9	6	9	3	4	2	1	68	74	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
16995	27	11	6	7	4	5	3	3	3	69	90	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16995	25	13	10	9	5	4	3	2	2	73	93	15	2	1	0	0	0	0	0	31	21	16	14	12	11	10	9	9	
16995	23	10	3	7	6	11	3	4	2	69	8	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16995	14	13	8	4	7	6	5	7	5	69	34	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16995	13	14	11	7	5	5	6	3	4	68	73	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
16995	15	14	6	7	7	7	3	6	3	68	60	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
16995	21	11	9	12	2	7	3	3	1	69	30	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16995	22	13	8	9	3	5	4	3	2	69	96	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16995	22	10	15	5	2	3	5	3	5	70	29	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	13	12	11	10	9	9	
16995	18	13	9	4	9	4	3	4	0	64	48	12	2	1	0	0	0	0	0	27	19	15	13	11	10	9	9	8	
16995	21	11	6	8	7	6	4	1	3	67	87	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
16995	18	8	9	10	5	6	5	7	1	69	34	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16995	19	12	7	5	2	7	4	3	3	62	85	12	2	1	0	0	0	0	0	27	18	14	12	11	10	9	9	8	

Nr	absolute beobachtete Häufigkeit										Chi <sup>2</sup>	untere Konfidenzgrenze									obere Konfidenzgrenze								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	n		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
16995	15	11	15	6	6	4	3	4	5	69	43	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16995	14	13	11	7	4	3	3	6	5	66	52	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	10	9	8	
16995	15	11	13	5	3	6	8	2	2	65	18	13	2	1	0	0	0	0	0	28	19	15	13	11	10	9	9	8	
16995	16	18	11	8	6	4	2	4	2	71	62	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
16995	18	13	14	3	7	7	5	4	0	71	23	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	14	12	11	10	9	9	
16995	23	10	7	9	6	6	5	2	2	70	90	14	2	1	0	0	0	0	0	30	20	16	13	12	11	10	9	9	
16995	46	19	18	8	7	4	7	9	5	123	39	27	4	2	1	0	0	0	0	48	31	24	20	17	16	14	13	12	
16995	15	12	8	12	4	7	5	3	1	67	30	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
16995	19	12	9	7	8	1	2	5	4	67	63	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
16995	26	11	8	7	3	5	3	2	2	67	86	13	2	1	0	0	0	0	0	29	19	15	13	11	10	10	9	8	
16995	8	10	4	1	2	0	2	1	2	30	42	4	1	0	0	0	0	0	0	15	11	9	8	7	7	6	6	6	
16995	17	12	19	4	5	4	2	4	1	68	3	13	2	1	0	0	0	0	0	29	20	15	13	12	11	10	9	9	
16995	20	17	11	9	5	4	2	0	1	69	30	14	2	1	0	0	0	0	0	29	20	16	13	12	11	10	9	9	
16995	8	12	7	1	3	1	3	0	3	38	14	6	1	0	0	0	0	0	0	18	13	10	9	8	8	7	7	6	



Universität für Bodenkultur Wien

### Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre eidesstattlich, dass ich die Arbeit selbständig angefertigt und keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel und Quellen genutzt habe als jene, die im Text und in der Literaturliste erwähnt werden. Ich erkläre weiters, dass alle Personen und Institutionen, die direkt oder indirekt bei der Erstellung der Arbeit geholfen haben, erwähnt sind und dass die Arbeit oder Teile davon an keiner anderen Institution als Abschlussarbeit eingereicht worden ist.

Tag.Monat.201?

---

Datum

---

Unterschrift