Universität für Bodenkultur

Department für Bautechnik & Naturgefahren

Nichtlineare Finite Elemente Methoden zur Analyse bestehender Brückentragwerke

eingereicht von

Thomas Wischenbart

Juni 2012

Betreuer:

Dipl.-Ing. Dr. habil. Alfred Strauss, Ph.D

Institut für konstruktiven Ingenieurbau

Eidesstattliche Erklärung

Hiermit versichere ich an Eides statt, dass ich die vorliegende Diplomarbeit ohne fremde Hilfe und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Quellen und Hilfsmittel angefertigt und die den benutzten Quellen wörtlich oder inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

Diese Arbeit wurde in gleicher oder ähnlicher Form noch bei keiner anderen Prüferin / keinem anderen Prüfer als Prüfungsleistung eingereicht.

Mir ist bekannt, dass Zuwiderhandeln weitere rechtliche Schritte nach sich ziehen kann.

Wien, 19. Juni 2012

Thomas Wischenbart

Danksagung

Ich möchte mich an dieser Stelle recht herzlich bei meinem Betreuer
Dipl.-Ing. Dr. habil. Alfred Strauss bedanken, der es mir überhaupt ermöglichte, diese Diplomarbeit unter seiner Anleitung zu verfassen, mir bei zahlreichen Fragen und technischen Problemstellungen prompt zur Verfügung stand und mir bei der Abwicklung meines Themas half.

Zudem danke ich meinen Eltern, die mir während des gesamten Studiums finanziell unter die Arme griffen und mir auch immer mit Rat und Tat zur Seite standen.

Ein besonderes Dankeschön gilt auch meiner Schwester Eva Hinterleitner, die mich sehr hilfsbereit und kritisch bei der Korrektur der Arbeit unterstützt und so zum Erfolg der Arbeit beigetragen hat.

Danke auch noch an meine Freunde und Kollegen, die mir immer wieder moralischen Beistand leisteten.

Kurzfassung

Die Diplomarbeit wurde im Zuge eines Forschungsprojektes zur rechnerischen und experimentellen Beurteilung der Zuverlässigkeit von Stahlbetonbauwerken erstellt und behandelt einen spezifischen Bereich dieses umfangreichen Themas.

Der Hauptteil der vorliegenden Arbeit ist eine Fallstudie zur Neumarktbrücke, einer dreifeldrigen vorgespannten Betonfertigteilbrücke, die über die Brenner-Autobahn in Südtirol führte. Auf Grund des hohen Chlorideintrags waren Teile der Struktur bereits stark von der Korrosion angegriffen, sodass die Brücke 2008 abgetragen werden musste. Im Zuge dessen wurden Daten für eine Nachuntersuchung gesammelt. Die vorliegende Fallstudie dient der Beurteilung des Tragfähigkeitsverlusts einer Brückenstruktur bei korrosionsbedingter Degradation der vorhandenen Spannglieder wie auch deren Auswirkungen auf die Durchbiegung und die vorherrschenden Spannungen innerhalb der Brückenstruktur. Das Verhalten der Brücke bei fortschreitender Korrosion der Spannlitzen wurde mit Hilfe nichtlinearer Finite Elemente Methoden simuliert. Anschließend wurden die Ergebnisse der Modelle in verschiedenen Korrosionsstadien miteinander verglichen.

Eine so ermittelte Beurteilung der Zuverlässigkeit bestehender Brückentragwerke soll als Basis für die Abschätzung der aktuellen Sicherheit und der Restlebensdauer dienen und Entscheidungshilfen für die Planung der Wartungsintervalle sowie Sanierungen oder Ersatzinvestitionen liefern.

Nach einer Heranführung an die Thematik in der Einleitung wird im zweiten Kapitel auf die Grundlagen der zuverlässigkeitsbasierten Struktur-Performance-Methoden, die Versagensmechanismen, die Entwicklung von Indikatoren für die Systemsicherheit und die gegenwärtige Praxis eingegangen.

Im dritten Kapitel werden nichtlineare Berechnungsmethoden, die grundlegenden Formen der Nichtlinearität, die Diskretisierung statischer Systeme, die Pfadverfolgungsalgorithmen und das nichtlineare elastische Tragverhalten behandelt.

Die ersten drei Kapitel sollen eine Grundlage für den Hauptteil, das Fallobjekt Neumarktbrücke, darstellen und die im Hintergrund ablaufenden Prozesse moderner Finite Elemente Programme beleuchten.

Abstract

This master thesis was written in the course of a research project to evaluate the reliability of reinforced concrete structures, both through experiments and calculation.

The main part of the present thesis deals with a case study about Neumarktbrücke, a prestressed three span overpass over the Brenner highway in South Tyrol. Due to the high chloride feed parts of the structure had been heavily damaged through corrosion and as a consequence the bridge was demolished in 2008. Thereby data were collected for a follow-up performance assessment. The present case study evaluates the performance of a bridge structure which suffers from corrosion of the existing pre-stressing strands. It also investigates the effects of this degradation on the bending and the tensions within the bridge structure. The impact of this progressive corrosion of the pre-stressing steel on the reaction of the bridge was simulated with the help of nonlinear finite elements methods. Subsequently, the results of the models in various states of corrosion were compared.

This reliability evaluation of existing bridge structures serves to estimate the current safety level and the life cycle performance and is meant to optimize maintenance intervals and to provide support in the decision to repair or to replace the structure.

After an introduction into the topic the basics of reliability based performance methods, the development of performance indicators for system safety and the current practice are pointed out.

In a further step nonlinear calculation method, the basic forms of non-linearity, the discretisation of static systems and the elastic load capacity behaviour of structures are illustrated.

These theoretical basics serve to highlight processes of modern finite element methods running in the background of the calculations.

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung 8

1.1 Motivation 8

1.2 Zielsetzung dieser Diplomarbeit 8

2 Zuverlässigkeitsbasierte Struktur-Performance-Methoden 9

2.1 Darstellung des Hintergrundes der Arbeitsbereiche des SEI Councils 9

2.2 Entwicklung 10

2.3 Versagensmechanismen, Tragsicherheit und Gebrauchstauglichkeit von Strukturen 11

2.4 Gegenwärtige Praxis 12

2.5 Indikatoren für Systemsicherheit 13

3 Nichtlineare Methoden zur Berechnung von Ingenieurstrukturen 16

3.1 Einleitung und Zielsetzung 16

3.2 Abgrenzung Lineares - Nichtlineares System 17

3.3 Grundlegende Formen der Nichtlinearität 19

3.3.1 Geometrische Nichtlinearität 19

3.3.2 Physikalische Nichtlinearität 21

3.3.3 Nichtlinearität in Folge geänderter Randbedingungen 22

3.4 Lineare Lösungsverfahren 24

3.4.1 Lineare diskrete Systeme 24

3.4.2 Ermittlung der linearen Elementmatrizen 26

3.5 Nichtlineare Lösungsverfahren 27

3.6 Pfadverfolgungsalgorithmen 28

3.6.1 Allgemeines 28

3.6.2 Standard Newton-Raphson-Verfahren 32

3.6.3 Modifiziertes Newton-Raphson-Verfahren 33

3.6.4 Bogenlängenverfahren 34

3.7 Tragverhalten und Tragphänomene einer Struktur 37
3.7.1 Mögliche Tragverhaltensmuster erklärt an einem Beispiel 37
3.7.2 Lineares Tragverhalten 38
3.7.3 Spannungsprobleme 40
3.7.4 Durchschlagsprobleme 41
3.7.5 Kraftgesteuerte vs. Weggesteuerte Analysen 42
3.7.6 Verzweigungsprobleme 43
3.8 Stabilitätstheorie 44
3.8.1 Definitionen 44
3.8.2 Stabilitätseigenschaften der nichtlinearen Antwortpfade 46
3.8.3 Eigenwertprobleme 48
3.9 Nichtlineare Finite Elemente Software 49
4 Fallstudie - Neumarktbrücke 50
4.1 Aufbau 51
4.2 Strukturschäden im zeitlichen Verlauf 52
4.3 Modellierung der Tragwerksstruktur 54
4.3.1 Zielsetzung 54
4.3.2 Idealisierung der Tragwerksstruktur 55
4.3.3 Finites Elemente Netz 57
4.3.4 Monitoring Points 58
4.3.5 Verwendete Materialmodelle 59
4.3.6 Modellbildung der Korrosion an den Spanngliedern 63
4.4 Simulationsprozesse 65
4.5 Einwirkungen 68
4.5.1 Lastfälle 69
4.5.2 Lastschritte 70

4.6 Stochastische Analyse 72
4.6.1 Zielsetzung 72
4.6.2 Durchführung der stochastischen Analyse 72
4.6.3 Sensitivitätsanalyse 75
4.7 Beschreibung des deterministischen Simulationsablaufs 77
4.8 Deterministische Analyse 81
4.8.1 Simulationsreihe 1 und 2 81
4.8.2 Simulationsreihe 3 87
4.8.3 Simulationsreihen 3 und 4 im Vergleich 90
4.8.4 Darstellung des Simulationsablauf mit Ergebnissen der Simulationen 95
4.9 Detaillierte Untersuchung der Probleme bei der Modellbildung 97
4.9.1 Änderung der Vorspannkraft 100
4.10 Schlussfolgerungen 103
5 Abbildungsverzeichnis 104
6 Tabellenverzeichnis 109
7 Literaturverzeichnis 110
LEBENSLAUF 114

1 Einleitung

1.1 Motivation

Das stetig wachsende Verkehrsaufkommen führt zu einer steigenden Beanspruchung von Infrastruktureinrichtungen wie Straßen und Brücken. Damit verbunden sind auch steigende Wartungskosten und eventuell vorzeitige Reinvestitionskosten bei Brücken.
Um diesem Trend entgegenzuwirken, beschäftigen sich viele Forscher mit modernen Beurteilungsverfahren für die Lebensdauer und mit der Evaluierung der Zuverlässigkeit bestehender Brückentragwerke. Solche Verfahren werden immer gebräuchlicher, Sicherheitsmargen sollen so besser bestimmbar und die Kosten für die Instandhaltung optimiert werden, bei gleichzeitiger Wahrung der Gebrauchstauglichkeit und Sicherheit der Allgemeinheit.

1.2 Zielsetzung dieser Diplomarbeit

Anhand der Fallstudie Neumarktbrücke soll ein Vergleich der Sicherheitsniveaus für Strukturen mit neuen Normvorgaben geschaffen werden. Nach Abbruch der 30 Jahre alten Struktur der Neumarktbrücke bestand die Möglichkeit einer probabilistischen Betrachtung der Systemsicherheit, um moderne Zuverlässigkeitsverfahren verifizieren zu können. Die Bewertung der Systemsicherheit soll auch als Entscheidungshilfe hinsichtlich einer eventuellen Sanierung oder alternativen Möglichkeiten bieten, um volkswirtschaftliche Kosten auf ein Minimum zu senken.

Die angewandten Verfahren bewegen sich außerhalb der semi-probabilistischen Bemessungskonzepte und basieren auf Forschungsentwicklungen des SEI Council (Structural Engineering Institute of the American Society of Civil Engineers). Diese Entwicklungen sind für die Bewertung bestehender Strukturen von großer Bedeutung.

Zu diesem Zweck wurden Modelle erstellt, deren Tragfähigkeit durch die korrosionsbedingte Reduktion der Spanngliedquerschnitte abnimmt. Zur Durchführung aller Simulationen wurde das Programm Atena 2D gewählt, welches auch den nichtlinearen Ansatz und die damit verbundenen realitätsgetreueren Ergebnisse berücksichtigt.

Die verschiedenen Modelle wurden anschließend miteinander verglichen und zur Veranschaulichung verschiedene Diagramme erstellt, die den Verlust der Robustheit aufzeigen.Die Strukturantwort der Berechnungen wurde hinsichtlich der Durchbiegung in Feldmitte, der Rissweiten und der auftretenden Spannungen an der Ober- und Unterseite miteinander verglichen.

2 Zuverlässigkeitsbasierte Struktur-Performance-Methoden

2.1 Darstellung des Hintergrundes der Arbeitsbereiche des SEI Councils

In diesem Kapitel werden die Grundlagen der Bewertung von Strukturen behandelt, um ein besseres Verständnis für die durchgeführte Fallstudie erlangen.

Moderne Zuverlässigkeitsmethoden [1] zur Beurteilung der Sicherheitsniveaus und zur Bewertung der Tragfähigkeit von Ingenieurstrukturen gewinnen immer mehr an Bedeutung und werden auch immer öfter angewendet. Basierend auf diesen Methoden wurden Normen und Gestaltungsrichtlinien für verschieden Bauwerkstypen wie Straßen, Brücken, Bohrplattformen und Kernkraftwerken, entwickelt. Diese fortschrittlichen Zuverlässigkeitsverfahren werden auch vermehrt eingesetzt um neue Projekte und bereits bestehende Bauwerke, die sich mit gebräuchlicheren Verfahren nicht so einfach klassifizieren lassen, hinsichtlich deren Sicherheit zu bewerten. Dazu wurde eine Reihe von Indikatoren und Kriterien abgeleitet, um quantitative Aussagen über das Strukturverhalten treffen zu können. Sie werden herangezogen um die Tragfähigkeit einzelner Bauteile und Komponenten verschiedenartiger Strukturen bezüglich der Gebrauchslast und natürlichen oder anthropogen verursachten Sonderlastfällen zu evaluieren. Die dadurch entstehenden zuverlässigkeitsbasierten Performance-Kriterien (reliability-based performance criteria - RBPC) werden hinsichtlich deren Anwendbarkeit und Anpassung an neue Situationen, wie auch bestehenden Spezifikationen, überprüft.

Bei der Überprüfung von bestehenden Strukturen sollten folgende Merkmale nicht außer Acht gelassen werden:

- Strukturelle Aspekte der Tragfähigkeit der Struktur und deren Redundanz, Robustheit und Ausfallsicherheit gegenüber eines progressiven Zusammenbruchs
- Wirksamkeit von Sicherheitssystemen in Strukturen
- Ermüdung von Materialien

Anhand der zuverlässigkeitsbasierten Performance Methoden [1] wird auch die temporäre Veränderung der Betriebssicherheit von Strukturen für die Lebenszyklus - Analysen betrachtet.

2.2 Entwicklung

Bei der Gestaltung von Strukturen wird das Ziel verfolgt, das Risiko eines Strukturversagens oder das Risiko von irreversiblen Schäden am Bauwerk zu minimieren, um die Sicherheit der Öffentlichkeit zu gewährleisten. Gleichzeitig soll die Funktionalität und Gebrauchstauglichkeit während der gesamten Lebensdauer der Struktur garantiert werden.
Früher verwendete Richtlinien wie die EN1990 [2] erreichten diese Anforderungen, in dem sie deterministische Gestaltungsanforderungen verwendeten. Diese basierten auf Last- und Widerstandsteilsicherheitsbeiwerten und wurden so an Hand von Erfahrungen mit erfolgreich etablierten Bauwerken kalibriert. Diese Strukturen waren zwar hinsichtlich ihrer Gebrauchstauglichkeit als sicher einzustufen, aber entsprechen nicht den heutigen Standards der Richtlinien, da sie nicht genügend auf Probleme bei der Variabilität und Unsicherheiten hinsichtlich von Sonderlastfällen und Extrembedingungen eingingen.

Die Zuverlässigkeitstheorie ([3], [4], [5], [6]) ist in den letzten Jahrzehnten wesentlich verbessert worden und dient heute dazu die Sicherheit von Bauwerken zu quantifizieren, in dem ein Verfahren geschaffen wurde, bei dem zufällig auftretende Ereignisse und erkenntnisorientierte Risiken, , berücksichtigt werden. Zufällig auftretende Risiken sind auf natürlichem Weg hervorgerufene Unsicherheiten und können in ihrer Größe oft nicht so genau eruiert werden. Die erkenntnisorientierten Risiken beruhen auf der Unklarheit physikalischer Effekte und deren Auswirkung auf die Struktur. Sie sollten daher weitestgehend vermieden werden.

In jüngster Zeit wird sehr viel Aufmerksamkeit auf die Lebensdauerbewertung von Bauwerken und die Kalibrierung von Last- und Widerstandsteilsicherheitsbeiwerte gelegt, welche für die Bewertung der Sicherheitsniveaus existierender und geplanter Strukturen verwendet werden. Bei den bisher gebräuchlichen Methoden nach ONR 24008 [7] wurde davon ausgegangen, dass gut gewählte Wartung einer Degradierung des Zustandes von Strukturen entgegenwirkt, und dadurch das Sicherheitsniveau während der gesamten Lebensdauer gleich bleibt, was aber trotz des oft beträchtlichen Aufwandes bei der Wartung nicht immer der Fall ist. Moderne, gut gewählte Zuverlässigkeitsanalysen hingegen sind auch in der Lage den aktuellen Zustand von Bauwerken zu bewerten und so Entscheidungshilfen für die Optimierung von Inspektionen, Wartungsintervallen, Reparaturen nach RVS 13.03.11 [8]zu liefern. Die Verfahren eignen sich auch sehr gut um Sicherheitsniveaus zu einem bestimmten Zeitpunkt zu betrachten, an dem die Traglastkapazität durch bestimmte Degradationen, wie zum Beispiel Werkstoffkorrosion, vermindert wird [1]. Im folgenden Kapitel 2.3 werden mögliche Versagensmechanismen erläutert.

2.3 Versagensmechanismen, Tragsicherheit und Gebrauchstauglichkeit von Strukturen

Ein totales Systemversagen kommt meistens durch eine Abfolge mehrerer Fehler zu Stande und nicht auf Grund eines einzigen Ereignisses. Daher ist es eine grundlegende Voraussetzung der Gestaltung und Sicherheitsbewertung, jegliche Fehler bereits bei der Planung und Konstruktion, der Analyse, dem Betrieb und der Wartung zu vermeiden [6]. Angesichts der Tatsache, dass sich trotz aller Vorsichtsmaßnahmen nicht alle Gestaltungsfehler vermeiden lassen, sollten mögliche Auswirkungen solcher Mängel minimiert werden und auch entsprechende Sicherheitsmargen vorgesehen werden, um so die Wahrscheinlichkeit eines Strukturausfalls zu beschränken [1].

Das progressive Versagen [9] eines Bauwerks kann durch die Verwendung einer robusten Struktur und redundanter Sicherheitssysteme vermindert werden. Häufig lassen sich solche Systeme auf Grund der höheren Kosten oder anderer Kriterien nicht verwirklichen. In einem solchen Fall ist es wichtig dem System durch elastische Eigenschaften die Möglichkeit der Selbstgenesung zu bieten, um eine rasche Wiederherstellung der Funktionalität zu garantieren.

Ein progressiver Kollaps ([10], [11]) tritt auf, wenn ein Strukturversagen eine Kettenreaktion von Versagensfällen zur Folge hat und charakterisiert sich durch ein klares Missverhältnis zwischen einem räumlich begrenzten Fehler und dem Gesamtversagen des Bauwerks.

Die Fähigkeit eines Systems Lasten umzuverteilen und weiterhin Lasten nach Erreichen der maximalen Kapazität eines Bauteils zu tragen wird als Redundanz bezeichnet. Sie kann daher als ein Bereitstellen von zusätzlichen Traglastkapazitäten angesehen werden und erlaubt es höhere Lasten als erwartet aufzubringen, wenn auch die Tragfähigkeit einzelner Elemente bereits erreicht wurde. Das Konzept der Redundanz [12] bezieht sich also auf die Traglastkapazität des gesamten Systems.

Wenn ein Element nach Versagen eines oder mehrerer wichtiger Teile weiterhin Kräfte aufnehmen kann, wird dies als Robustheit der Struktur bezeichnet [13].
Robustheit beschreibt daher die Fähigkeit eines Systems unter unerwarteten oder außergewöhnlichen Bedingungen zu bestehen, ohne komplett zu versagen und geht über den Bereich der konventionellen Gestaltung hinaus. [14]. Der Begriff Redundanz umfasst daher auch die Robustheit.

2.4 Gegenwärtige Praxis

Zuverlässigkeitsbasierte Performance Methoden [1] sind allgemein für alle Arten von Strukturen anwendbar, die tatsächliche Umsetzung und Anpassung dieser Lösungen variiert aber je nach Art der Problemstellung und des betroffenen Fachbereichs oder der Branche.

Entsprechend gegenwärtiger Praxis werden die zuverlässigkeitsorientierten Performance Indikatoren verwendet um quantitative Aussagen über die Festigkeit und Ermüdung einzelner Bauteile zu treffen.

Dazu wird die Sicherheitsreserve - die Grenzzustandsfunktion Z - wie folgt definiert :

$$Z = R - S \tag{1}$$

R...Tragfähigkeit

S....aufgebrachte Lasteinwirkung

Die Versagenswahrscheinlichkeit[15] oder die Wahrscheinlichkeit einer Grenzzustandsüberschreitung P_f wird folgendermaßen ausgedrückt (2):

$$P_f = P_r\,[Z \leq 0] = P_r\,[R \leq S] = 1\text{-}\mathcal{R} = \Phi\,(-\beta) \tag{2}$$

$\mathcal{R}$...Zuverlässigkeit

Φ...ist die normale Wahrscheinlichkeitsfunktion

β ...Zuverlässigkeitsindex

In der Vergangenheit wurden bereits viele probabilistische Modelle für den Widerstand R und die Lasten S aufgestellt. Sie wurden verwendet, um die Struktursicherheit und die Tragfähigkeit einzelner Bauteile und Verbindungen für verschiedene Arten von Bauwerken wie zum Beispiel Gebäude, Brücken und Bohrinseln zu beurteilen. Die Widerstandsberechnungen [1] befassen sich mit verschiedenen Arten von Einwirkungen wie Torsion, Biegung, Abscherung, axiale Verformung, Beulen sowie auch deren Kombination, auf die einzelnen Teile eines statischen Systems und wurden auch für verschiedenen Materialien wie Holz, Stahl, vorgespannter und bewehrter Beton und faserverstärkte Kunststoffe angepasst.

In der Folge wurden statistische Daten über die Festigkeit der Elemente und deren Fähigkeit verschiedenen Einwirkungen zu widerstehen zusammengetragen. Auf der Einwirkungsseite wurden auch verschiedene probabilistische Modelle über typische Lastfälle entwickelt und an Hand all dieser gesammelten Daten und Modelle kann eine Bewertung der einzelnen Bauteile bezüglich der Grenzlast vorgenommen werden.

Die erfolgreichste Anwendung der Zuverlässigkeitskriterien an Bauteilen zeigte sich bei der Kalibrierung von Normen und Gestaltungsrichtlinien, der Gestaltung neuer Strukturen und der statischen Traglastbewertung bestehender Strukturen. Die Zuverlässigkeitsmethoden erster Ordnung (first order reliability methods - FORM) [16] werden oft dazu verwendet den Zuverlässigkeitsindex β zu berechnen, obwohl in letzter Zeit auf Grund der Fortschritte in der Effizienz moderner Berechnungssoftware die Anwendung von Simulationstechniken üblicher wird. Solche Berechnungsinstrumente werden auch verwendet um den Ansatz einer Aktions- und Reaktionsrichtlinie (load and resistance factor design - LRFD) [17] zu entwickeln, die auch die Grundlage für einige andere Faktoren ist.
Der angestrebte Zuverlässigkeitsindex [1] wird zur Kalibrierung der Teilsicherheitsbeiwerte für Einzellasten und Lastfallkombinationen eingesetzt.

2.5 Indikatoren für Systemsicherheit

Gebräuchliche Gestaltungs- und Evaluierungsmethoden für Strukturen überprüfen, ob die einzelnen Bauteile den Auswirkungen der wirkenden Kräfte mit einer ausreichenden Sicherheit stand halten, sie berücksichtigen aber nicht das Gesamtverhalten der Struktur. Die Bauteilkräfte werden an Hand eines elastischen Modells eruiert, während für die Tragfähigkeit der Elemente ein unelastisches Materialmodell herangezogen wird. Ausreichende Sicherheit wird durch Verwendung der Belastungs- und Widerstandsteilsicherheitsbeiwerte gewährleistet. Zusätzlich zur Bauteilüberprüfung wird mit den konventionellen Verfahren der ÖNORM EN 1991 - ÖNORM EN 1998 [18] auch die Gebrauchstauglichkeit unter Belastung überprüft.
Diese Überprüfungsmethode hat sich zwar jahrelang bewährt, bietet aber keine ausreichende Berücksichtigung der Unsicherheiten bei natürlich und anthropogen verursachten Sonderlastfällen und somit keine passable Sicherheitsbewertung der kompletten Struktur.

In Abbildung 1 werden schematisch die möglichen Verhaltensmuster der Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit von Ingenieurstrukturen dargestellt.

Bei Durchführung einer Tragfähigkeitsanalyse [12] wird die Brücke zuerst nur mit dem Eigengewicht belastet, danach wird erst die genormte Probebelastung aufgebracht. Normalerweise tritt wegen der Teilsicherheitsbeiwerte bei dieser Lastkonfiguration auch kein Versagen auf, erst bei Multiplikation der Probebelastung mit dem Faktor LF_1, welcher die Bauteilsicherheit charakterisiert. Ab diesem Punkt kann es zum Versagen erster einzelner Bauteile der Struktur kommen. Der Faktor LF_1 kann bei Unterdimensionierung oder Mängeln der Brückenstruktur auch kleiner als 1,0 sein (Abbildung 1).
Die Maximaltragfähigkeit einer Struktur wird erreicht, wenn die Probebelastung mit dem Faktor LF_u multipliziert wird. Daher lässt sich mit diesem Faktor auch die Systemsicherheit beschreiben. Der Faktor LF_f beschreibt den Verlust der Funktionalität der Brücke auf Grund zu großer Deformationen und dem damit verbundenen Verlust der Gebrauchstauglichkeit. Die maximale Tragfähigkeit einer beschädigten Struktur wird erreicht, wenn die Probelast mit dem Faktor LF_d multipliziert wird. LF_d ist daher ein Maß für die verbleibende Sicherheit eines schadhaften Systems.

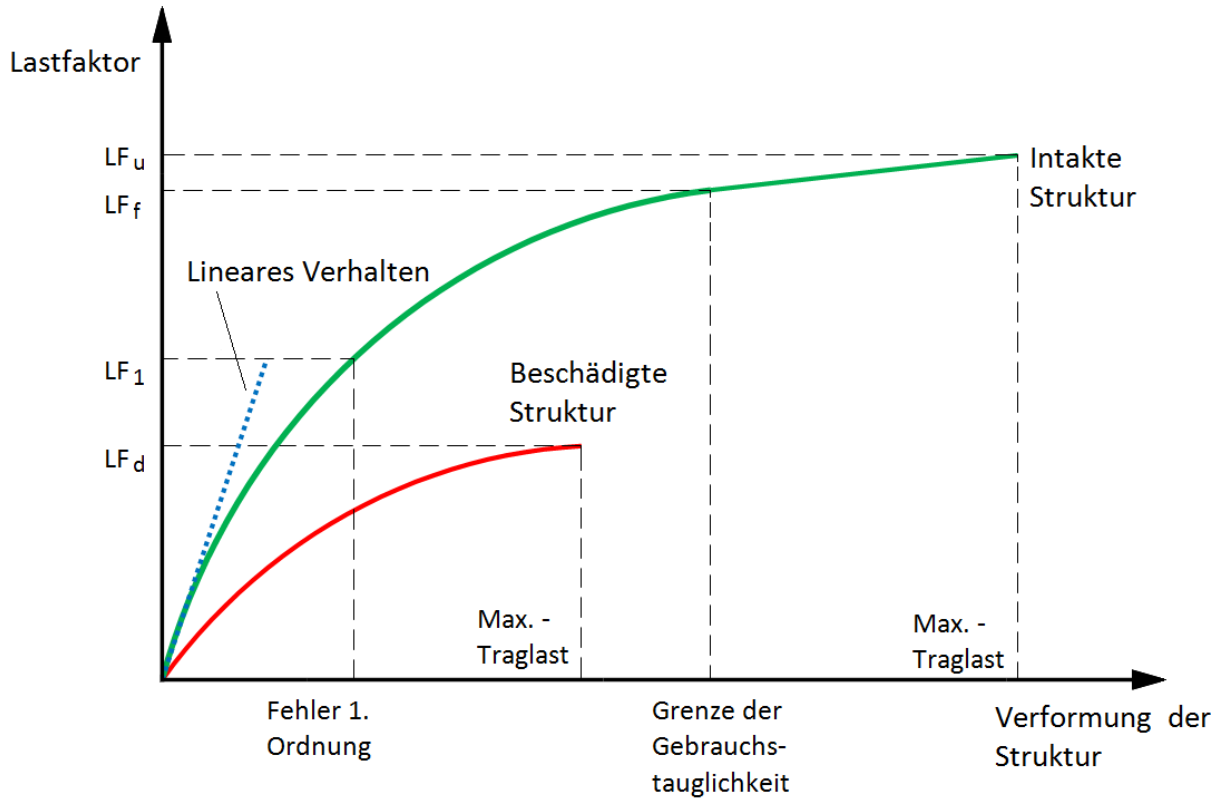


Abbildung 1: Typische Verhaltensmuster von Ingenieurstrukturen (vgl. [1])

Ingenieurstrukturen sind oft einer Dauerbeanspruchung ausgesetzt [12], die zu Bruch und somit auch zu Tragfähigkeitsverlust eines Hauptbauteils führen kann. Ferner sind auch unvorhersehbare Risiken wie Feuer, Unfälle und auch vorhersehbare Degradationen wie Korrosion und Materialermüdung in Betracht zu ziehen, was zu Verlust oder Versagen eines Bauteils oder zum Reißen der Vorspannkabel führen kann. Um die Sicherheit der Öffentlichkeit zu gewährleisten, sollten Brücken in der Lage sein diesen Schäden zu widerstehen und auch bei reduzierter Tragfähigkeit funktionstauglich zu bleiben.

Bei Überprüfung einer intakten Brücke sollte zusätzlich zur Beurteilung der Sicherheit und der Redundanz auch eine Einteilung in Konsequenz-Klassen nach EN 1990 [2] bei Versagen eines wichtigen Brückenbauteils erfolgen.

Eine Brücke kann gemäß Abbildung 1 als sicher betrachtet werden [1], wenn

- ausreichende Sicherheit gegenüber Versagen eines Hauptbauteils gegeben ist
- ausreichende Sicherheit vor Erreichen der Grenztraglast bei Extremlastfällen vorhanden ist
- keine gröberen Deformationen unter erwartungsgemäßem größeren Verkehrslasten entstehen
- nach Beschädigung oder Verlust eines Elements das Gesamtsystem noch verminderten Verkehr stand halten kann

Kriterien für die Gebrauchstauglichkeit [1] wie die Ermüdung und das Reißen von Bauteilen sollten immer unabhängig überprüft werden.

In diesem Kapitel wurde auf die theoretischen Grundlagen der Bewertungsmethoden von Ingenieurstrukturen eingegangen. Im nächsten Kapitel sollen nun die Grundlagen der nichtlinearen Berechnungsmethoden näher beleuchtet werden.

3 Nichtlineare Methoden zur Berechnung von Ingenieurstrukturen

3.1 Einleitung und Zielsetzung

Das vorliegende Kapitel ist eine Einführung in das Thema der nichtlinearen Berechnungen, die auch im Rahmen der Fallstudie angewendet wurden. Im Rahme dieser Arbeit kann natürlich nur auf einen kleinen Ausschnitt aus diesem komplexen Gebiet eingegangen werden. Die folgenden theoretischen Grundlagen der Berechnungsmethoden gelten für beliebige Tragwerke aus beliebigen Werkstoffen.

Ziel einer jeden Tragwerksberechnung ist es, eine möglichst genaue Darstellung der auftretenden Kräfte, der Spannungen und des Verformungsverhaltens eines Tragwerks zu liefern. Lineare Berechnungsverfahren, die standardmäßig verwendet werden, sind auf Grund in der Berechnung fehlender, aber in der Realität vorhandener nichtlinearer Modelleigenschaften eine Approximation der Wirklichkeit. Die nichtlineare Finite Elemente Modellierung dient dazu, genauere und realitätsnahe Aussagen über die Sicherheitsniveaus und das Strukturverhalten treffen zu können.

Die komplexen Rechenmodelle erfordern aber auch einen enormen Rechenaufwand. Um diesen in Grenzen zu halten ist es hierzu notwendig einige Vereinfachungen zu treffen. Dazu zählen die Geometrie der Struktur, die Lagerungsbedingungen, die Belastung, wie auch die Annahme eines linearen oder auch nichtlinearen Verhaltens des vorliegenden Systems.

3.2 Abgrenzung Lineares - Nichtlineares System

Ein lineares System (Abbildung 2) liegt vor, wenn eine proportionale Veränderung der Einwirkung auch eine proportionale Änderung der Strukturantwort nach sich zieht. Beim nichtlinearen System resultiert eine Änderung der Last nicht zwangsläufig in eine proportionale Änderung der Schnittgrößen. Diverse Faktoren wie eine sich versteifende Struktur oder eine nichtlineares Materialgesetz eines Bauteils können diese Ergebnisse erheblich beeinträchtigen. Die Eigenschaften des Systems ändern sich unter diesen Voraussetzungen stetig und das Verhalten der Struktur ist nunmehr vom aktuellen Zustand und der Vorgeschichte geprägt, wodurch es nichtlinear auf die Einwirkungen reagiert.

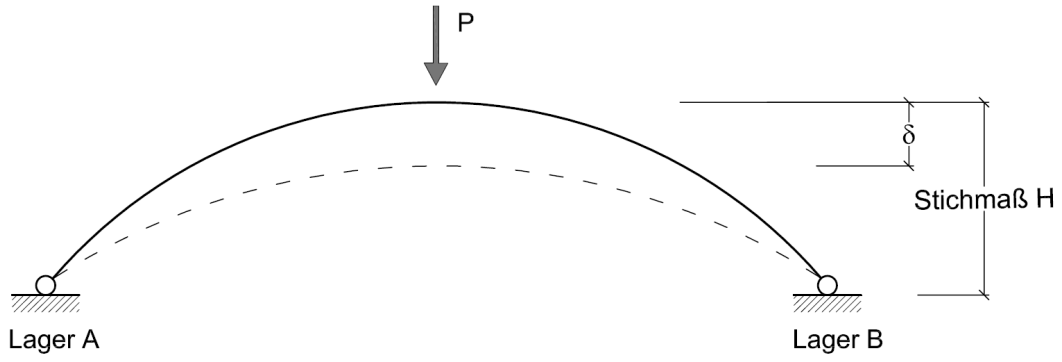


Abbildung 2: Beispiel für lineares Tragverhalten (vgl. [19])

Eine Struktur wird durch drei Grundgleichungen ([20], [21])beschrieben:

- Gleichgewichtsbedingungen: diese verbinden die äußeren und inneren Kräfte miteinander
- Materialgesetze: hierbei wird eine Beziehung der inneren und äußeren Weggrößen hergestellt
- Kinematik: die inneren und äußeren Weggrößen werden miteinander verbunden

Die Gleichgewichtsbedingungen und die Kinematik sind über das Prinzip der virtuellen Verschiebungen [22] miteinander verbunden.

Die gebräuchlichsten Berechnungsmethoden [23] für Tragwerke sind linear, da Standard-Lösungsverfahren in der Lage sind die linearen Differentialgleichungen und linearen Gleichungssysteme zu lösen, mit denen die Struktur beschrieben wird. Der Rechenaufwand ist dabei weitaus geringer und stellt für den Stand der Technik keine bedeutende Herausforderung mehr dar. Ein weiterer Grund für die Anwendung linearer Berechnungsmethoden ist die Gültigkeit des Superpositionsgesetzes, wodurch das Suchen der ausschlaggebenden

Lastfallkombinationen automatisierbar geworden ist [15]. Der Tragfähigkeitsnachweis kann hier mit lokalen Nachweisen an kritischen Bauteilen durchgeführt werden.

Die Ursache einer nichtlinearen Reaktion beruht auf folgenden Grundlagen:

- Geometrische Nichtlinearität: beruht auf nichtlinearen kinematischen Gleichungen (Formulierung des Gleichgewichts am verformten System - Kapitel 0)
- Physikalische Nichtlinearität: das Materialverhalten ist nichtlinear (Kapitel 3.3.2)

Aussagen über das Tragvermögen [19] an der Gesamtstruktur können mit diesen Verfahren leider nicht getroffen werden, genauso wie ein Stabilitätsversagen nicht näher behandelt werden kann. Es gibt eine Vielzahl von Aufgabenstellungen bei denen große Verformungen, inelastische Deformation oder teilweises Versagen der Struktur tolerierbar sind, bei denen aber die lineare Berechnung nicht anwendbar ist beziehungsweise die Ergebnisse zu ungenau sind. Nach Einbeziehung der nichtlinearen Faktoren kann das Tragverhalten (Abbildung 3) des statischen Systems aufweichend oder versteifend sein.

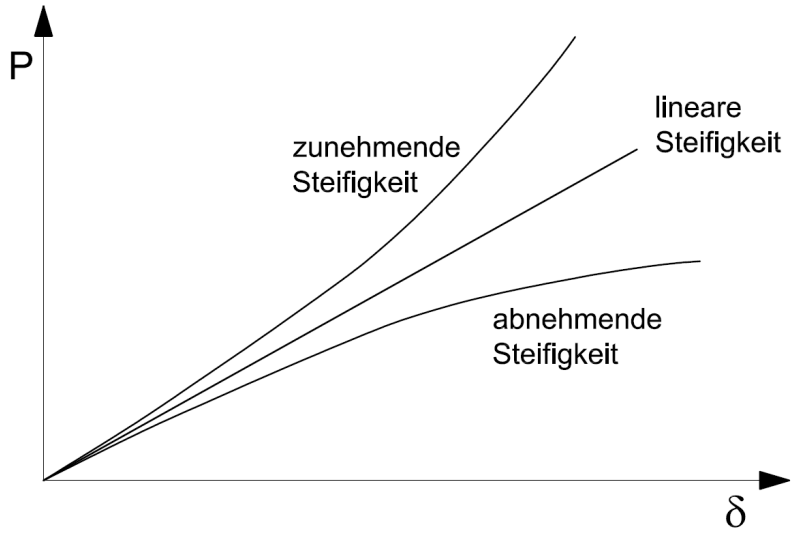


Abbildung 3: Beispiel für das Steifigkeitsverhalten einer Struktur (vgl. [24])

3.3 Grundlegende Formen der Nichtlinearität

In diesem Kapitel werden die Ursachen eines nichtlinearen Verhaltens einer Struktur behandelt und ein kurzer Einblick auf die hinzukommenden Aspekte der Verhaltensmuster gegeben.

3.3.1 Geometrische Nichtlinearität

An einer Struktur muss ein Gleichgewicht zwischen den inneren Schnittgrößen und den äußeren Lasten herrschen. Schnittgrößen treten aber nur als Folge einer Verformung des Systems auf, daher können ohne Verzerrungen auch keine Schnittgrößen hervorgerufen werden und es kann sich auch kein Gleichgewicht im System einstellen. Ein statisches Gleichgewicht kann sich also nur am deformierten System einstellen. Bei minimaler Verformung (Abbildung 4) kann die Differenz des Ergebnisses als vernachlässigbar angesehen werden.

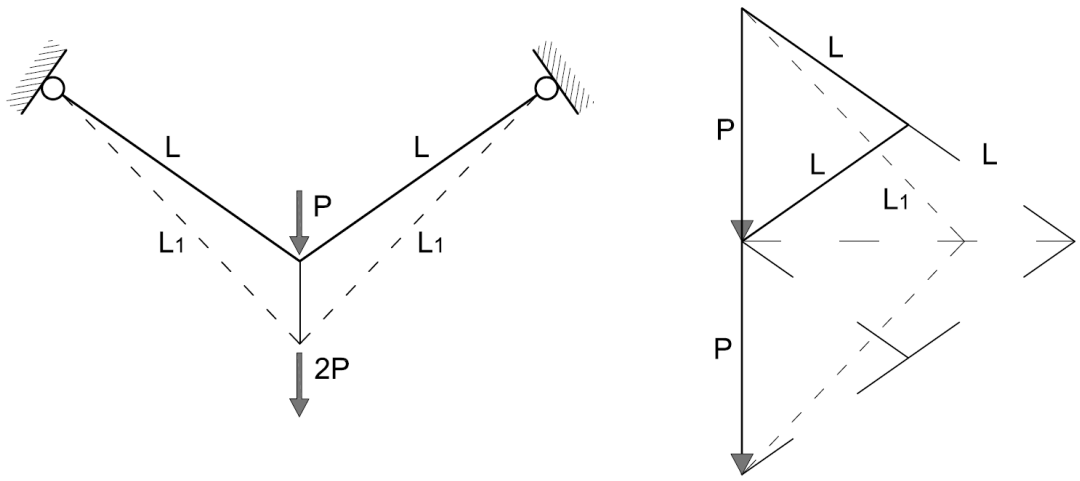
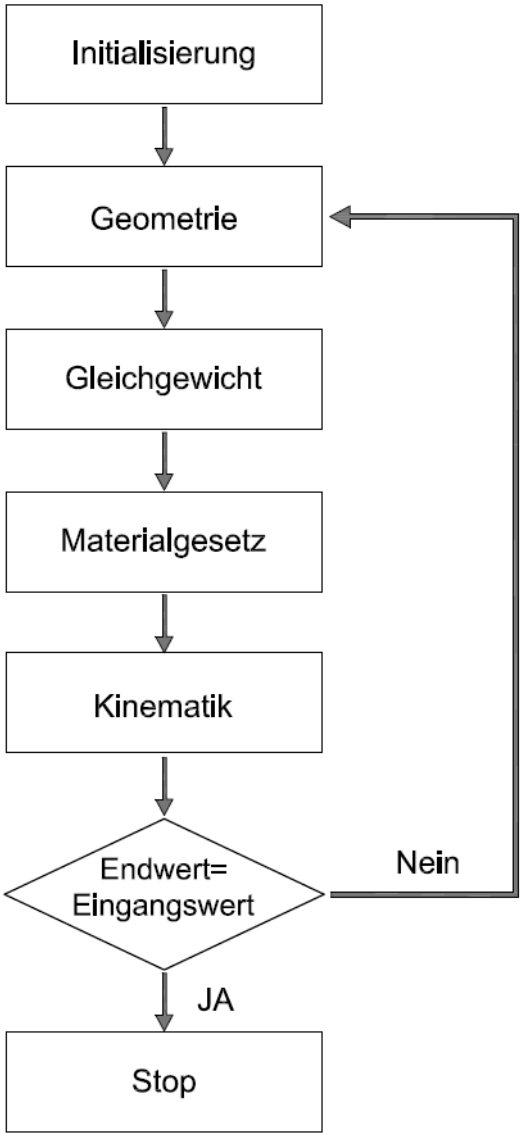


Abbildung 4: Beispiel für geometrisches - nichtlineares Tragverhalten (vgl. [19])

Die Lösung nichtlinearer Systeme [19] ist ein iterativer Rechenprozess, der auf der wiederholten Lösung linearer Aufgabenstellungen beruht. Die Eigenschaften des Systems ändern sich permanent nach dem aktuellen Verformungszustand. Nach der Initialisierung wird das System wird mit linearen Gleichungen beschrieben oder das unbelastete Tragwerk berechnet. Die Ergebnisse stellen die Eingangswerte für die iterativen Rechenschritte dar. Die Ergebnisse jeder linearen Berechnung werden mit den Eingangswerten verglichen. Falls sich eine Änderung ergeben hat, war der vermutete Verformungsverlauf nicht übereinstimmend mit der Verformung, die den Schnittgrößen entspricht. Anschließend wird mit modifizierten Eingangsgrößen ein neuer Berechnungsdurchgang gestartet, bis sich allmählich eine entsprechend kleine Änderung einstellt. In dieser Situation wurde ein Zustand gefunden, in dem Gleichgewichtsbedingungen, die kinematische Verträglichkeit und das Materialgesetz korrespondieren. Es handelt sich also um einen iterativen Prozess. Ablaufschema einer nichtlinearen Berechnung:



3.3.2 Physikalische Nichtlinearität

Die meisten Materialien verfügen über nichtlineares Materialverhalten. Unter manchen vereinfachten Umständen wird das in der Berechnung vernachlässigt, wie zum Beispiel bei kleinen Dehnungen, auch wenn dies nur eine Näherung darstellt. In Abbildung 5a) werden verschiedene Materialmodelle, wie das linear elastische Materialverhalten von Stahl, ein nichtlinear-elastisches Werkstoffverhalten wie bei Gummi und eine elasto-plastische Spannungs-Dehnungskennlinie gezeigt. In diesem Fall treten bei Überschreiten der Fließgrenze bleibende Verformungen auf.

Das mögliche Strukturverhalten eines Trägers mit einem linear elastischen Materialgesetz wird in Abbildung 5b) dargestellt. Im elastischen Bereich wird eine entsprechende lineare Verformung sichtbar. Eine Änderung des Materialverhaltens mit einem plastischen Bereich zeigt sich auch im zugehörigen Last-Verformungsdiagramm.

Aus der Grundlage dieser verschiedenen möglichen Materialgesetze resultiert ein nichtlineares Verhalten der Struktur.

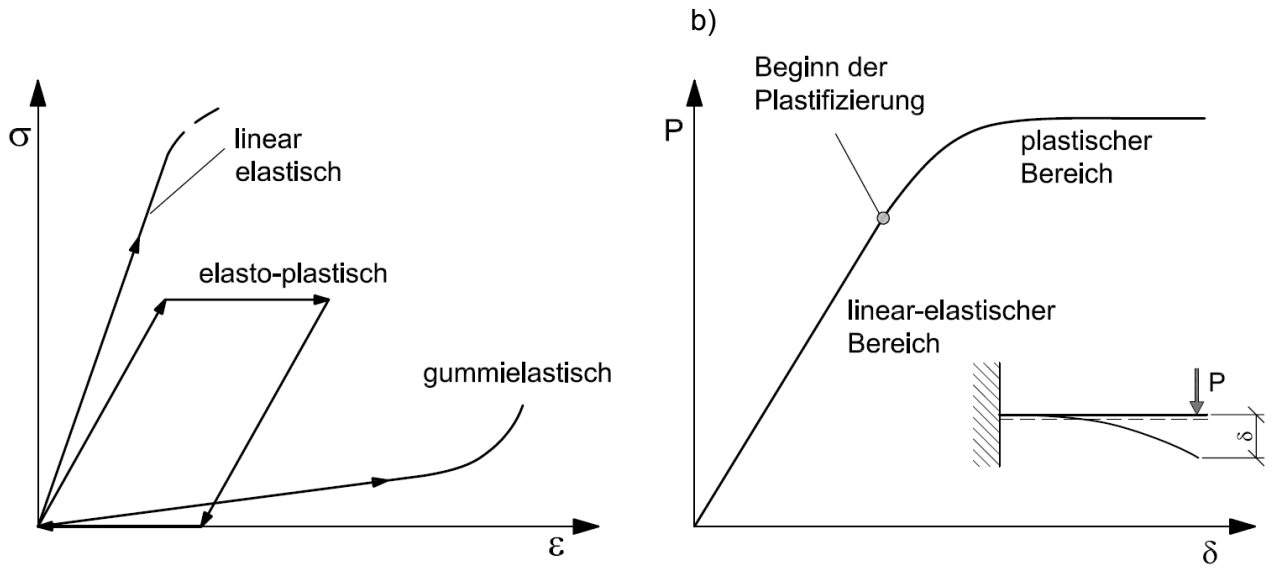


Abbildung 5: a) linear elastisches, gummielastisches und viskoelastisches Materialverhalten
b) Spannungs-Dehnungsdiagramm eines auskragenden Balkens mit einem linear elastischen Materialmodell (vgl. [25])

3.3.3 Nichtlinearität in Folge geänderter Randbedingungen

Grundsätzlich lineare Modelle können in Folge sich ändernder Randbedingungen beim Deformationsvorgang zu nichtlinearen Modellen mutieren [26]. Das geschieht oft bei Kontaktproblemen, wenn sich die Kontaktzone während der Verformung ändert, aber das Eindringen eines Körpers in den anderen verhindert wird. Abbildung 6a zeigt ein System von zwei auskragenden Balken, bei dem es zu einer Änderung der freien Randbedingungen kommt, da die horizontale Ausdehnung behindert wird. Dies drückt sich auch in der Last-Verformungslinie in Abbildung 6b aus.

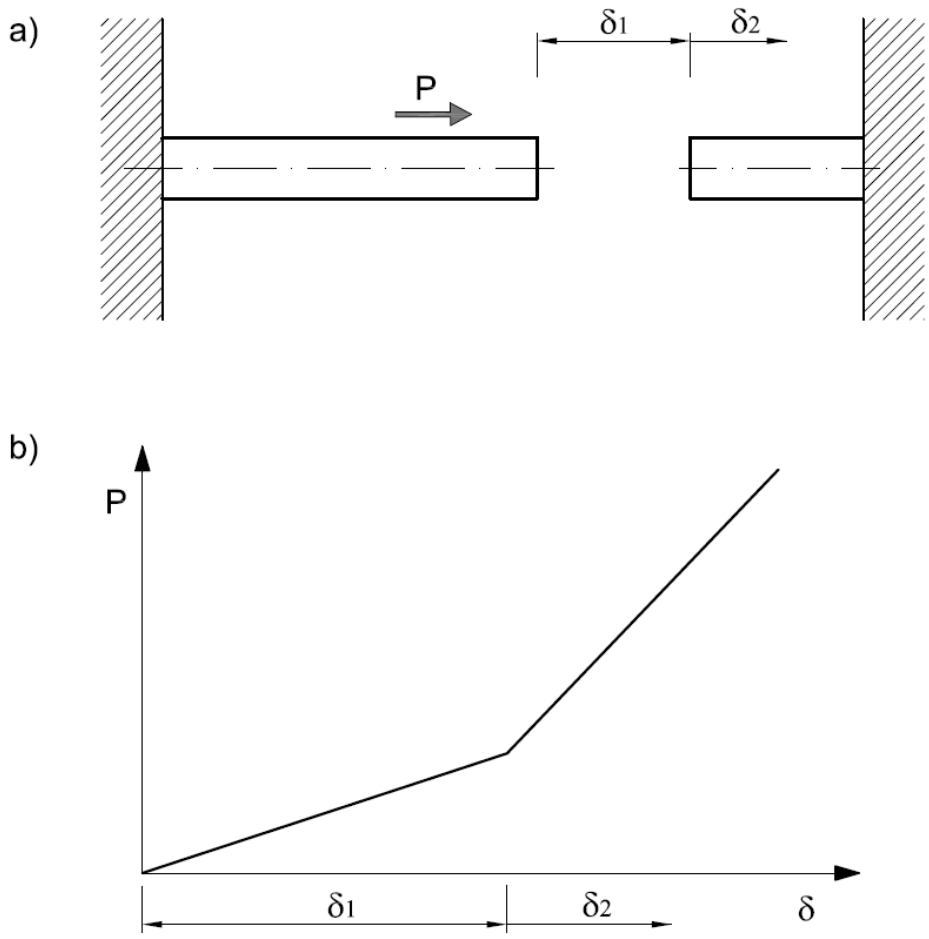


Abbildung 6:a) Beispiel Nichtlinearität in Folge geänderter Randbedingungen (vgl. [26])
b) Darstellung der Ausdehnung im zugehörigen Last-Verformungsdiagramm

Bei vielen technischen Problemstellungen können auch Kombinationen aus diesen beschriebenen Nichtlinearitätsarten vorkommen, beziehungsweise auch Abwandlungen dieser, wie Verzweigungs- oder Durchschlagsprobleme. Nach dem Auftreten von Durchschlags- oder Verzweigungsproblemen [26], das zur Ausbildung eines primären und sekundären Pfad führt kann sich das Grundverhaltensmuster der Lastverformungskurve neu gestalten (Abbildung 7). Es können sich Beulpfade, wie auch sekundäre Beulpfade im Nachbeulbereich ausbilden. Die Grundlage dieser abgewandelten Formen bildet aber immer eine dieser bereits beschriebenen Arten. Diese Tragphänomene werden zu einem späteren Zeitpunkt in Kapitel 3.7 detailliert beschrieben.

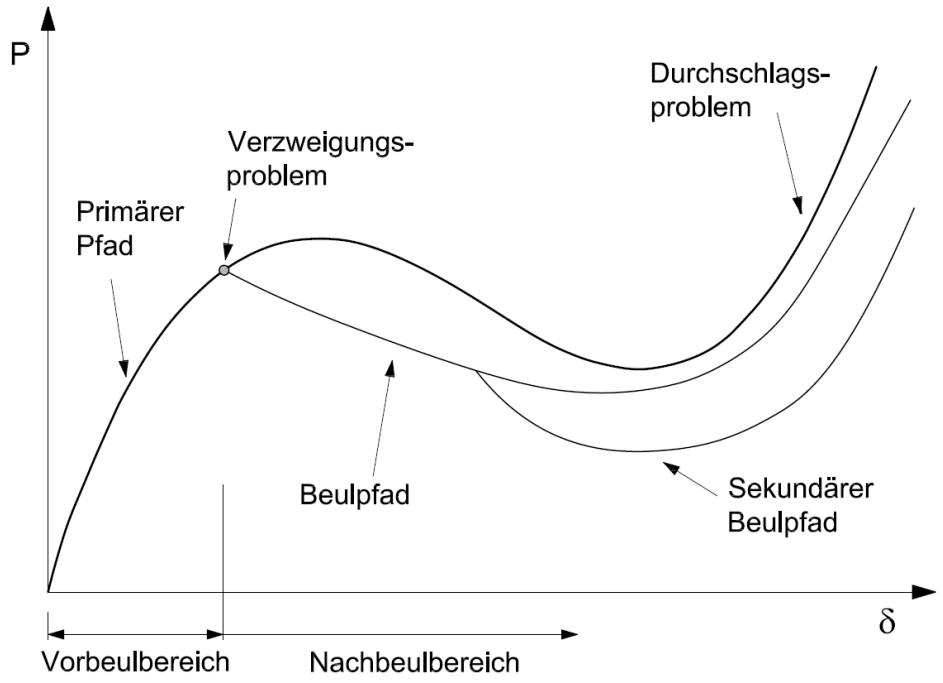


Abbildung 7: Nichtlineare Lastverformungskurven mit Vor - und Nachbeulbereich (vgl. [19])

3.4 Lineare Lösungsverfahren

Im Zuge der Finite Elemente Berechnung ist notwendig auch auf lineare Lösungsverfahren einzugehen. Die Grundlage inkrementeller-iterativer Lösungsstrategien, wie sie für die nichtlineare Finite Elemente Modellierung notwendig sind, wird durch die Gleichgewichtsbedingung in linearisierter, tangentialer Form gebildet.

3.4.1 Lineare diskrete Systeme

Unter der Diskretisierung einer Struktur [27] versteht man die Zerteilung der Struktur in kleinere Elemente, im Rahmen der dreidimensionalen Modellierung also den Finiten Elementen und bei linienhaften Strukturen einfachere Stabelemente. Diese kleineren Einheiten werden anschließend über Momentengelenke oder Knoten miteinander verbunden, an welchen auch die unbekannten und bekannten mechanischen Größen angesetzt werden. Mit Hilfe eines linearen Gleichungssystems wird ein Bezug zwischen der bekannten Einwirkung und der unbekannten Reaktion hergestellt (Abbildung 8). Die Diskretisierung (3) bildet die Grundlage für numerische Rechenverfahren.

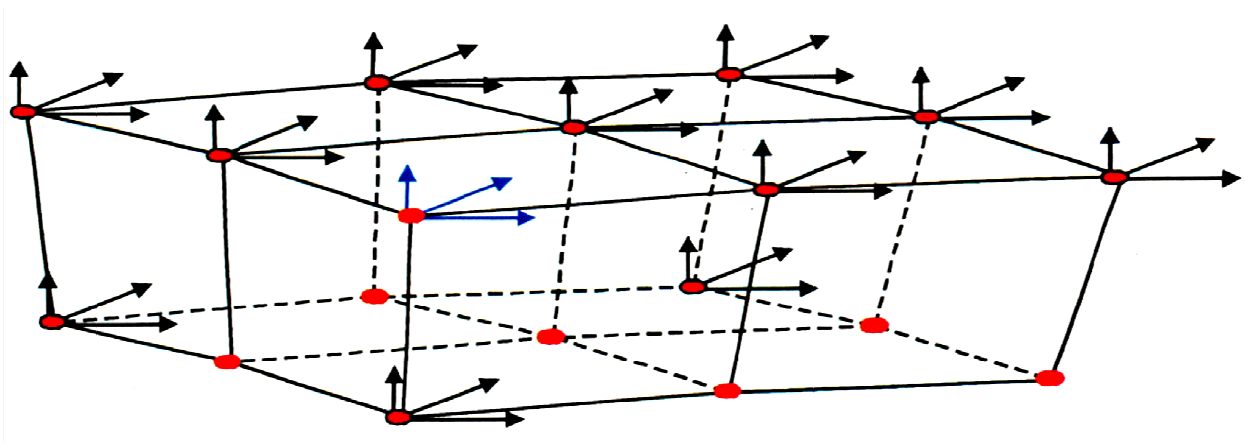


Abbildung 8: Diskretisierung eines statischen Systems mit Knotenfreiheitsgraden [19]

Gleichgewichtsbedingung:

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & \dots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & \dots & k_{21} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & \dots & k_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{n1} & k_{n2} & k_{n3} & \dots & k_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ \dots \\ V_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ \dots \\ P_n \end{bmatrix} \qquad (3)$$

Allgemeine Schreibweise:

$$\mathbf{K_l} \cdot \mathbf{v_l} = \mathbf{P_l} \qquad \text{(Index l...lineare Theorie)} \qquad (4)$$

K dient als Koeffizient des Gleichungssystems [28], welcher sich im Allgemeinen aus Material- und Strukturdaten errechnet. Daher wird K auch als Steifigkeitsmatrix bezeichnet. V stellt den Knotenverschiebungsvektor dar, der alle Knotenverschiebungsgrößen wie die Translationen und Verdrehungen beinhaltet. P drückt die Belastung aus und wird auch Lastvektor genannt.
V kann auch andere Variablen wie Druck oder Temperatur enthalten, da die FEM nicht auf die Strukturmechanik beschränkt sind.

In der Steifigkeitsmatrix [19] werden sämtliche Eigenschaften festgehalten, die die Struktur betreffen, wie zum Beispiel:

- Tragwerkstyp
- Topologie des Tragwerkes
- Geometrie
- Lagerungsbedingungen
- Materialeigenschaften
- Querschnittseigenschaften
- mechanische Modellbildung

3.4.2 Ermittlung der linearen Elementmatrizen

Die Grundlage des Weggrößenverfahrens [29] bildet das Prinzip der virtuellen Verschiebungen (PvV): (5)

$$\delta A = -\int_V \delta\, \varepsilon^T\, \sigma\, d\, V + \int_V \delta\, u^T\, p\, d\, V + R\, T = 0 \qquad (5)$$

Mit Hilfe von Interpolationen wird das Verschiebungsfeld $\underline{u}$ schrittweise zwischen den Knotenfreiheitsgraden angenähert: (6)

$$u = \Omega \cdot v \qquad (6)$$

Ω ... Formfunktionen

Durch Substitution des Verschiebungsfeldes u in den kinematischen Gleichungen können auch Verzerrungen (7) und anschließend die Spannungen (8) diskretisiert werden.

$$\varepsilon = D_k\, u = D_k\, \Omega\, v = B\, v \qquad (7)$$

$$\sigma = E\, \varepsilon = E\, B\, v \qquad (8)$$

Durch Ersetzen aller Variablen in das Prinzip der virtuellen Verschiebungen [29] ergibt sich nach Vernachlässigung der Randbedingungen folgende Gleichung: (9)

$$-\,\delta\, v^T = \left\{ \int_V B^T\, E\, B\, d\, V\, v - \int_V \Omega^T\, p\, d\, V \right\} = 0 \qquad (9)$$

Unter Zuhilfenahme der Euler Lagrange Gleichung ergibt sich nach Vereinfachung mit den Abkürzungen (10) und (11).

$$k_l = \int_V B^T\, E\, B\, d\, V \qquad (10)$$

$$q_l = \int_V \Omega^T\, p\, d\, V \qquad (11)$$

das Elementgleichgewicht in diskreter Form: (12)

$$\mathbf{k_l\, v_l = q_l} \qquad (12)$$

wird nach Zusammenbau der Elementbeiträge mit der Steifigkeitsmethode zu den Systemmatrizen der Gleichung (4).

3.5 Nichtlineare Lösungsverfahren

In Kapitel 3.4 wurden die mathematischen Grundlagen der linearen Berechnung vorgestellt. Im vorliegenden Kapitel werden diese Grundlagen für nichtlineare Systeme übernommen und die Diskretisierung der nichtlinearen Strukturen erläutert.

In einigen einzelnen Fällen ist es möglich, eine Verknüpfung zwischen Steifigkeitsmatrix, einem nichtlinearen Verformungsvektor und einem nichtlinearen Lastvektor herzustellen [19], wobei sich diese Aufgabenstellung meist als wesentlich komplizierter erweist.
Zwischen den äußeren Lasten und den inneren Kräften, welche zu einem Vektor zusammengefasst werden, muss ein diskret betrachtetes Gleichgewicht herrschen, welches vom Verformungszustand abhängt.

$$\mathbf{G}(\mathbf{V}) = \mathbf{P} \tag{13}$$

Abbildung 9 zeigt zur nachfolgenden Erklärung der Gleichgewichtsfunktion an nichtlinearen diskreten Systemen einen Knoten eines Stabtragwerkes mit den auftretenden Kräften und Schnittgrößen. Die Momente wurden aus Darstellungsgründen nicht berücksichtigt.

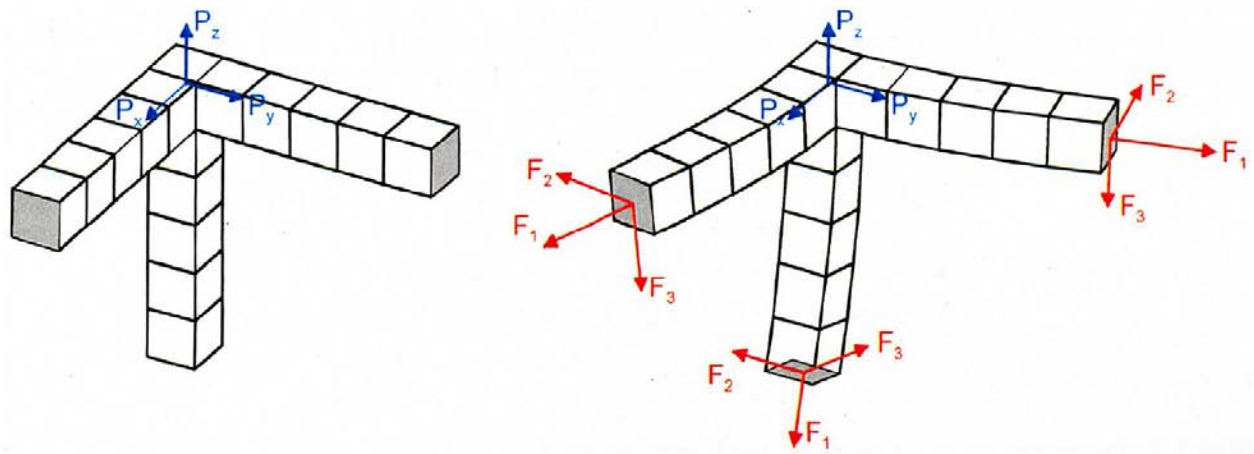


Abbildung 9: Knoten eines Stabtragwerkes zur Darstellung der Gleichgewichtsfunktion [19]

Verformungen, die das Resultat der äußeren Belastungen darstellen, führen über die eventuell nichtlinearen kinematischen Gleichungen zu Verzerrungen[19]. Diese führen zwangsläufig über Materialgesetze, die auch wieder nichtlinear sein können, zu Schnittgrößen. Der Verformungszustand wird zwischen den Knotenverformungen V interpoliert und die Schnittgrößen können als Funktionen des Verschiebungsvektors dargestellt werden. Bei

anschließender Zerlegung der Schnittgrößen ist es möglich ein Kräftegleichgewicht zu bilden, welches sich wiederum in die Grundgleichung (3) eintragen lässt.
Bei Behandlung aller Elementknoten mit dieser Herangehensweise kann die gesamte Gleichgewichtsfunktion G gebildet werden.

Der Verformungsvektor V kann dazu verwendet werden die Gleichgewichtsbedingungen zu prüfen: (13)

$$G(V) = P \tag{13}$$

Ein Rückrechnen der Gleichung ist nicht möglich. Das nichtlineare Gleichungssystem (13) ist nicht direkt lösbar, daher kann es auch nicht zur direkten Berechnung der Verformungen eingesetzt werden. Um die Verformung dennoch zu eruieren ist es nötig die Gleichgewichtsbedingungen in inkrementelle Form umzuwandeln.

3.6 Pfadverfolgungsalgorithmen

3.6.1 Allgemeines

Für strukturmechanische Simulierungen ist es oft wichtig nicht nur ein Endergebnis, wie Spannungen und Verformungen bei einem Lastniveau, sondern auch Aussagen über diese Größen während des Berechnungsvorganges bei inkrementeller Steigerung der Belastung zu erhalten. Für diesen Zweck gibt es Algorithmen, die es ermöglichen, die erwähnte Pfadverfolgung durchzuführen.

Eine direkte Lösung der Gleichgewichtsbedingungen [26] von nichtlinear diskreten Strukturen ist nicht mehr in einem Schritt möglich, daher muss die Berechnung iterativ erfolgen.
Bei folgenden Lastgeschichten verhält sich der Gesamtlastvektor (14) nach folgender Gleichung:

$$P = \lambda_1 \cdot P_1 + \lambda_2 \cdot P_2 + \ldots + \lambda_n \cdot P_n \tag{14}$$

Der Gesamtlastvektor hängt also von den Lastfaktoren λi ab. In jedem Rechenschritt wird nur ein ein-parametriges Lastsystem betrachtet. Ein einziger Lastfaktor wird inkrementiert, alle anderen werden als konstant angesehen, die Referenzlast wird als P_0 bezeichnet (15).

$$P = \lambda \cdot P_0 \tag{15}$$

Der Verlauf einer nichtlinearen Antwort [24] kann sich als kompliziert erweisen. Es können Extremwerte und Umkehrpunkte in der Kurve entstehen. Die Kurve kann sich verzweigen und anschließend einen gänzlich anderen Verlauf aufweisen (Abbildung 10).

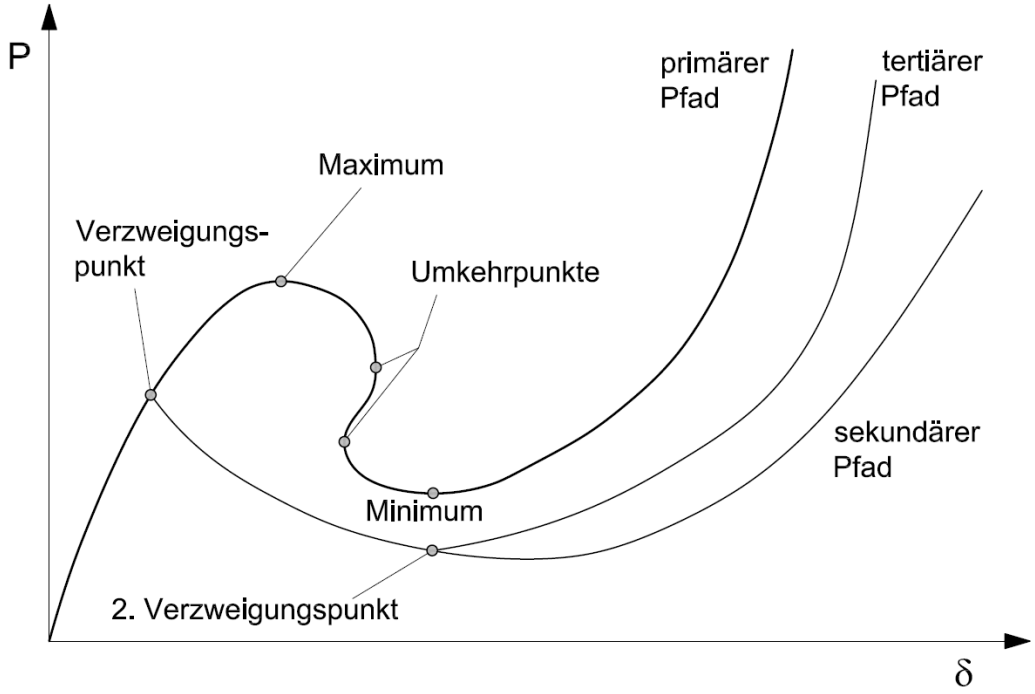


Abbildung 10: Schematisches Last-Verformungsdiagramm einer nichtlinearen Antwort [24]

Es gibt verschiedene Klassen von Pfadverfolgungsalgorithmen. Die effizienteste Lösung hängt von der Art der Aufgabenstellung ab. Anschließend werden 3 gängige Verfahren vorgestellt.

- **Newton-Raphson-Verfahren** [30]**:** am häufigsten angewendetes Verfahren; Inkrementierung der Lastachse, für ein bestimmtes Lastniveau wird ein bestimmter Gleichgewichtszustand gesucht
- **Bogenlängenverfahren** [31]**:** die Kurve selbst wird integriert, so dass das Lastniveau iterativ verändert wird
- **Quasi-Newton-Verfahren** [32]**:** bei großdimensionierten Problemen kann es sinnvoll sein, nicht wie etwa beim Newton-Raphson-Verfahren die aktuelle Steifigkeitsmatrix zu verwenden, sondern diese Matrix näherungsweise zu berechnen und während der Iteration mittels Update-Verfahren ständig zu aktualisieren.

Für kleindimensionierte Aufgabenstellungen ist etwa das Newton-Raphson-Verfahren [26] auf Grund seiner geringeren Anzahl benötigter Iterationen sehr effizient. Bei größeren Problemen steigt die Zeit zur Faktorisierung des Gleichungssystems so stark an, dass andere Verfahren trotz höherer Anzahl benötigter Iterationen weniger Rechenzeit benötigen.

Kriterien zur Auswahl der Algorithmen [24]:

- Genauigkeit: wie genau lässt das Ergebnis bei akzeptabler Rechenzeit annähern
- Robustheit: wie stark hängt die Berechnung von der Problemstellung und den Steuerparametern ab; sind beliebig große Lastschritte möglich? Konvergiert der Algorithmus in allen Fällen?
- Geschwindigkeit: wie lange dauert die Lösung der gesamten Berechnung

Die Wahl des Algorithmus ist ein Kompromiss zwischen Genauigkeit, Geschwindigkeit und Robustheit, auch wenn sich diese Forderungen teilweise widersprechen.

Die Genauigkeit kann mittels eines Abbruchkriteriums ε (16) gesteuert werden. Dabei ist das Verhältnis der iterativen Norm Z_{it} zur Referenznorm Z_{ref} ausschlaggebend. Das Abbruchkriterium ε muss kleiner sein als das vom Nutzer tolerierte Kriterium ε_{toll}.

$$\varepsilon = \frac{Z_{it}}{Z_{ref}} \tag{16}$$

Die Normen können nach Belieben gewählt werden, so kann etwa die euklidische Vektornorm verwendet werden, die sich aus der Länge des Vektors bildet (17).

$$Z = \| V \|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (V_i)^2} \tag{17}$$

Die Energienorm ist das skalare Produkt der zwei Systemvektoren, die mechanische Arbeit leisten (18).

$$Z = P \cdot V \tag{18}$$

Die Vektornormen können sich aus Kraft- und Verschiebungsnormen zusammensetzen [26]. Die Einheiten der Komponenten dieser beiden Normen sind aber nicht ident. Daher werden die verschiedenen Komponenten mit unterschiedlicher Gewichtung in der Rechnung berücksichtigt. Bei Energienormen liegt dieses Problem nicht vor.

Abbildung 11 zeigt, dass schon eine geringe Abweichung vom Gleichgewicht eine große Abweichung der Weggrößen in einem aufweichenden System verursachen kann. (Abbildung 11a aufweichendes System). In einem versteifenden System verhält sich dieser Umstand genau gegengleich; hier kann ein Fehler bei den Verschiebungen große Abweichungen bei den Kräften hervorrufen (Abbildung 11b versteifendes System).

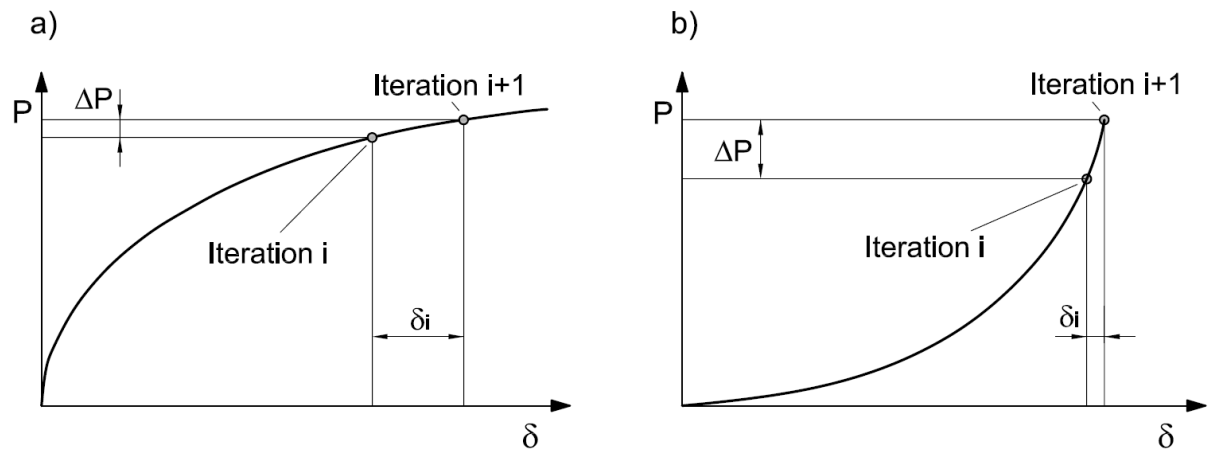


Abbildung 11: Fehler bei konvergierenden Systemen in den Kraft und Weggrößen (vgl. [19])
a) Aufweichendes System b) Versteifendes System

Wenn sich die iterative Norm Z_{it} aus einer Vektornorm aufbaut wird, beinhaltet sie die Weg- oder Kraftgrößen des letzten Iterationsschritt [19]. Falls sie sich aus einer Energienorm aufbaut, besteht sie aus dem Produkt von Kraft- und Weggröße. Die Referenznorm wiederum bezieht sich entweder auf den zurzeit herrschenden Gesamtzustand oder auf das letzte Lastinkrement.

3.6.2 Standard Newton-Raphson-Verfahren

Das Newton-Raphson-Verfahren [24] ist die am häufigsten verwendete Methode zur iterativen Berechnung nichtlinearer Systeme. Die Basis bildet ein nichtlineares Lösungskonzept. Für ein bestimmtes Lastniveau (Abbildung 12) werden iterative Zwischenkonfigurationen der Verformungen, als Folge der auftretenden Ungleichgewichte berechnet. Hierfür wird die aktuelle Tangentensteifigkeitsmatrix K_T benötigt.
Die Fehler nehmen in quadratischem Maße zwischen den Iterationen ab, was folglich zu einer raschen Konvergenz führt.

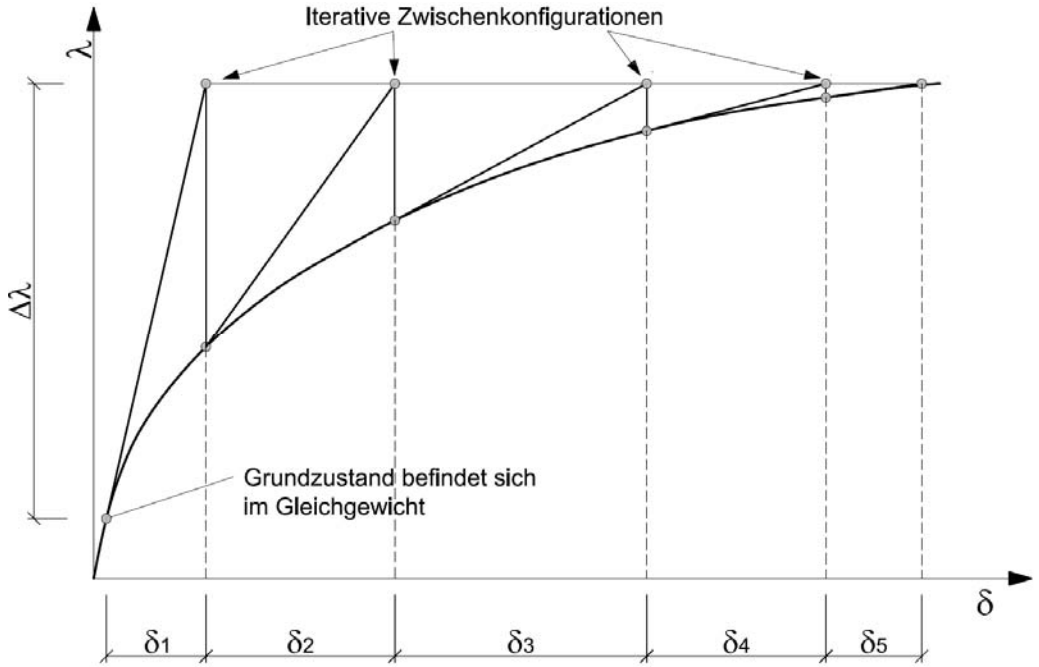


Abbildung 12: Schematische Darstellung eines Last-Verschiebungsdiagramms für ein Standard-Newton-Raphson-Verfahren (vgl. [24])

Das Lastniveau ist bei diesem Verfahren vorgegeben und mit Hilfe des Algorithmus wird versucht für genau diesen Punkt iterativ einen Gleichgewichtszustand zu ermitteln [19]. Es ist daher nicht möglich Extremwerte zu überwinden. Wenn bei der Last-Verformungskurve, wie in Abbildung 12 dargestellt, ein Maximalwert erreicht wird, ist es bei einer Steigerung des Lastniveaus nicht mehr möglich ein Gleichgewicht zu bilden, und die Methode versagt.

Ein weiterer Nachteil dieses Lösungsverfahrens [33] ist, dass bei jedem Iterationsschritt die Steifigkeitsmatrix und das Gleichungssystem neu ermittelt werden müssen. Zur Reduktion dieses Aufwandes wird in Programmen oft das modifizierte Newton-Raphson-Verfahren verwendet, bei dem mit einer konstanten Steigung approximiert wird.

Das Newton-Raphson-Verfahren [33] konvergiert schneller als das direkte Iterationsverfahren. Dem Vorteil des modifizierten Newton-Raphson-Verfahrens (Abbildung 13), mit einer konstanten Tangentensteifigkeitsmatrix arbeiten zu können, steht allerdings oft eine langsame Konvergenz entgegen.

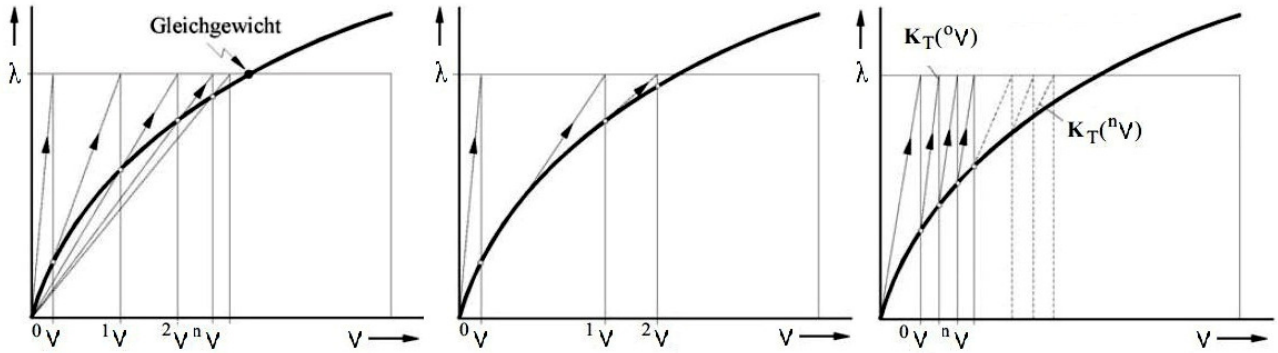


Abbildung 13: Iterative Lösungsverfahren mit konvergierendem Verhalten [33]
a) direkte Iteration b) Newton-Raphson c) modif. Newton-Raphson

3.6.3 **Modifiziertes Newton-Raphson-Verfahren**

Das modifizierte Newton-Raphson-Verfahren [34] zeichnet sich dadurch aus, dass die Tangensteifigkeitsmatrix nur einmal zu Beginn der Iteration aufgestellt wird. Für alle nachfolgenden Iterationen wird die gleiche Tangentensteifigkeitsmatrix angewendet. Daraus ergibt sich der Vorteil, dass sie nicht jedes Mal neu berechnet werden muss. Bei der Ermittlung der inneren Kräfte müssen nach wie vor Kinematik und Materialgesetze ausgewertet werden. Trotz dieser Umstände nimmt die benötigte Rechenzeit, die für jede Iteration benötigt wird, deutlich ab. Ein Nachteil allerdings ist, dass sich das System auf Grund der Linearität der Konvergenz langsamer annähert (Abbildung 13). Es wird daher meist bei schwächeren Nichtlinearitäten angewendet.

Die Matrix muss umgeformt werden. Dies kann beispielsweise mittels der Cholesky-Zerlegung erfolgen. Auf die Umformung entfällt dadurch aber auch ein Großteil der Rechenzeit bei der Gleichungslösung. Das Gleichgewicht wird an dem Punkt erreicht, an dem die inneren gleich den äußeren Lasten sind. Bei pfadunabhängigen Lösungsverhalten spielt es dabei keine Rolle wie man den gesuchten Verformungszustand findet. Es ist daher möglich die Matrix, die zu Beginn der Iteration ermittelt wurde, zu verwenden. Bei Anwendung dieses Verfahrens spricht man dann von einem modifizierten Algorithmus.

Die Anzahl der benötigten Iterationen nimmt wegen des Verlusts der quadratischen Konvergenz zu. Die Konvergenz nimmt umso mehr ab [19], je mehr die verwendete von der exakten Tangentenmatrix abweicht. Die Effizienz dieses Verfahrens hängt daher auch von der Größe der Lastschritte ab.

3.6.4 **Bogenlängenverfahren**

Oft ist es von praktischem Interesse, den gesamten nichtlinearen Lösungspfad vollständig zu verfolgen, vor allem wenn die Strukturantwort im überkritischen Bereich gefragt ist [19]. Dies kann im Nachbeulbereich einer Struktur oder bei der Berechnung von Materialinstabilitäten im Entfestigungsbereich der Fall sein. Die vorhin beschriebenen Methoden führen aber in bestimmten Situationen wie der Berechnung eines aufweichenden Systems nicht zum gewünschten Erfolg. Je flacher die Last-Verschiebungskurve verläuft, desto gröber wird die Verformung eingeteilt (Abbildung 14). Des Weiteren können keine Extremwerte im Kurvenverlauf (wie in Abbildung 10) überwunden werden.

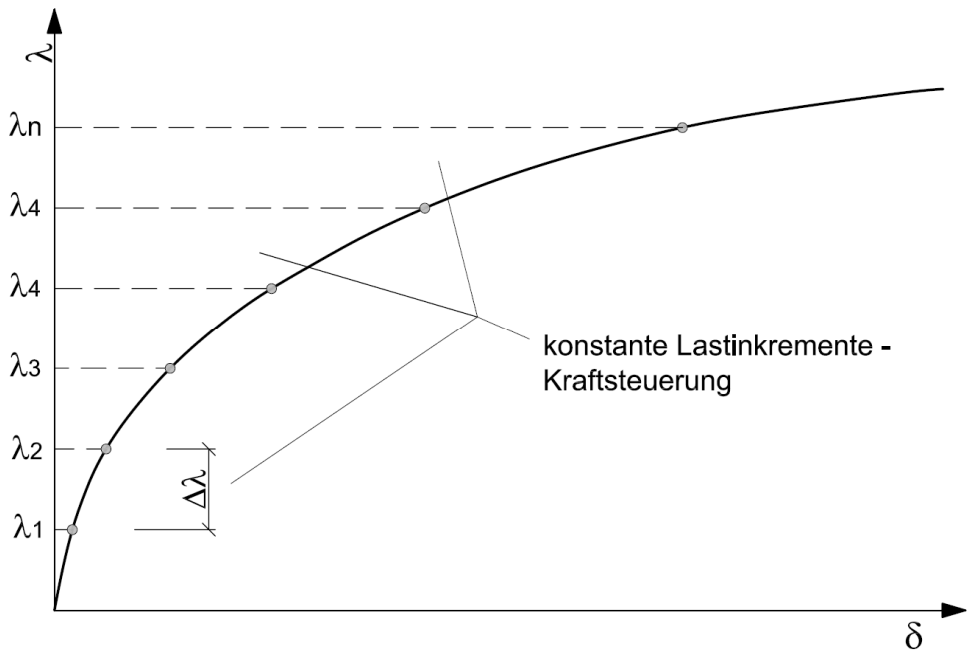


Abbildung 14: schlechte Kurvenverfolgung bei Newton-Raphson Verfahren

Die Grundidee bei diesem Verfahren ist, nicht auf der Horizontalen zu iterieren, sondern längs einer Kurve (Abbildung 15). Dabei wird nicht nur die Verformung, sondern auch das Lastniveau iteriert. Folglich lässt sich das Lastniveau nicht mehr steuern, und das Verfahren kann nicht zur Berechnung der Verformung und der Schnittgrößen bei einer vorgegebenen Belastung herangezogen werden [33]. Durch die Iteration des Lastniveaus ist es möglich die Kurve zu unterteilen, um schlechte Abbildungen der Verformungsachse bei der Kraftsteuerung zu vermeiden. Extremwerte können überwunden werden und die Inkrementierungsrichtung kann gewendet werden, um den weiteren Verlauf zu ermitteln.

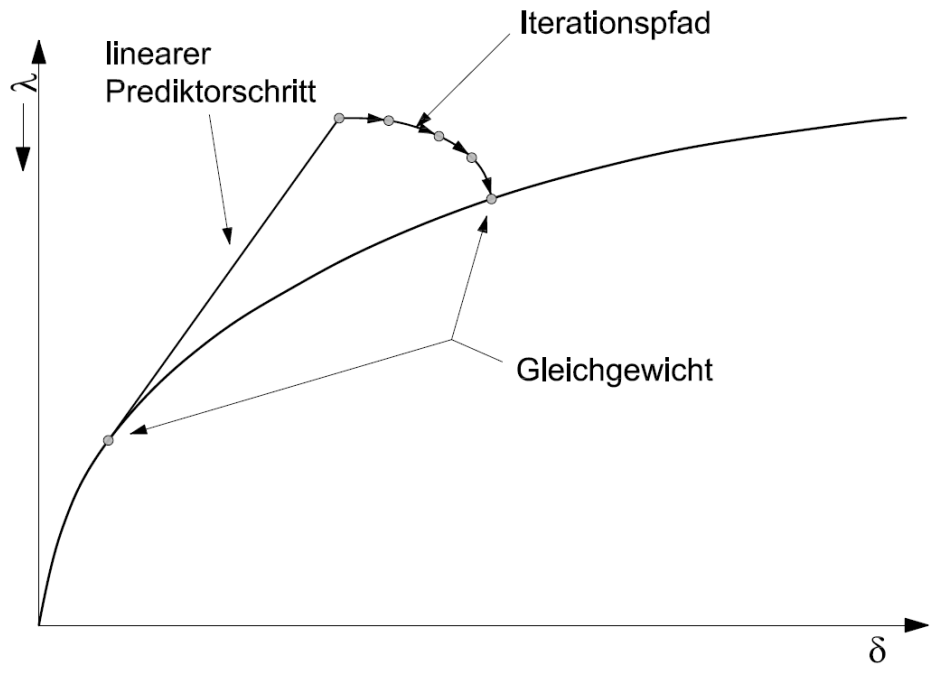


Abbildung 15: Bogenlängenverfahren - Iteration entlang der Kurve (vgl. [19])

Beim Bogenlängenverfahren [33] ist es möglich verschiedene Iterationskurven zu wählen. Zu den meistverwendeten Arten zählen:

- Riks / Wempner / Wessels-Verfahren: hier wird die Iteration auf einer fixen Normalen der Tangente des Prediktorschrittes durchgeführt (Abbildung 16a)
- Modifikation nach Ramm: hier wird die Normale auf die aktuell gültige Tangente der Iteration bezogen, um so die Krümmung des Kurvenverlaufs besser darstellen zu können (Abbildung 16b)
- Crisfield - Verfahren: ein Kreisbogen dient als Iterationskurve (Abbildung 16c)

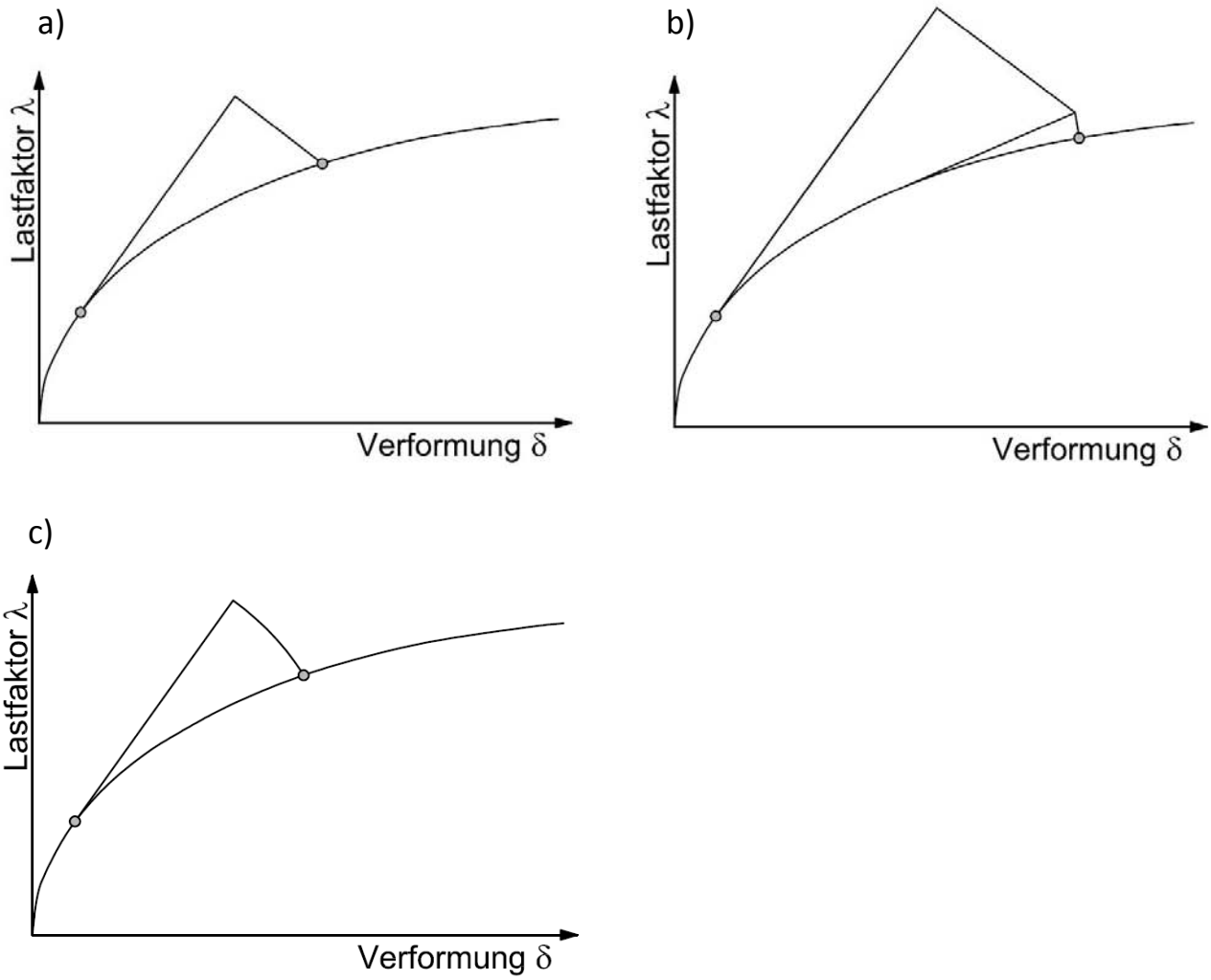


Abbildung 16: Iterationsarten des Bogenlängenverfahrens (vgl. [19])

a) Iteration auf einer fixen Senkrechten
b) Iteration auf einer mitgehenden Senkrechten
c) Iteration auf einem Kreisbogen

3.7 Tragverhalten und Tragphänomene einer Struktur

In diesem Kapitel wird anhand eines Beispiels auf typische Tragphänomene einer Struktur bei rein linear-elastischem Materialverhalten eingegangen. Es werden hier keine Berechnungsmodelle behandelt, der Fokus liegt auf dem mechanischen Tragverhalten nichtlinearer Strukturen.

3.7.1 Mögliche Tragverhaltensmuster erklärt an einem Beispiel

Ein ebener Kreisbogen mit einer zentrischen Belastung (Abbildung 17) ist ein gutes Beispiel für die Differenziertheit und Komplexität der auftretenden Phänomene eines nichtlinearen Modells.

Der Kreisbogen soll bei konstanter Spannweite L, aber sich veränderndem Stichmaß H betrachtet werden. Er ist auf beiden Enden unverschieblich gelagert und wird im Kraftangriffspunkt i zentrisch mit der Last P_0 belastet. Zur Diskretisierung des gekrümmten Kreisbogens muss er in möglichst viele Einzelelemente unterteilt werden, um die Eigenschaften ausreichend nachzubilden. Die Diskretisierung wird daher mit 100 Elementen angesetzt, was einem System mit 303 Freiheitsgraden entspricht.

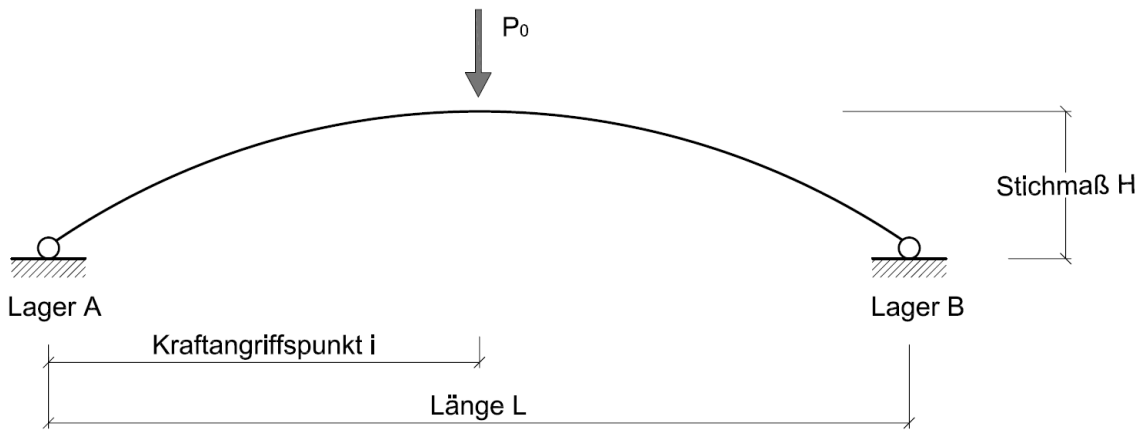


Abbildung 17 Beispiel ebener Kreisbogen mit zentrischer Belastung (vgl. [19])

Um das Verhalten der Struktur [19] mittels eines Pfadverfolgungsalgorithmus abbilden zu können wird die Last P_0 inkrementell gesteigert (19).

$$P(\lambda) = \lambda \cdot P_0 \tag{19}$$

3.7.2 Lineares Tragverhalten

Den Beginn einer nichtlinearen Berechnung sollte stets eine lineare Betrachtung bilden, um die Strukturantwort zu verstehen [19]. Das Stichmaß H des in Abbildung 18 dargestellten Kreisbogens ist abhängig vom gewählten Radius R des Kreisbogens und soll für das vorliegende Beispiel zu Vergleichszwecken variiert werden.

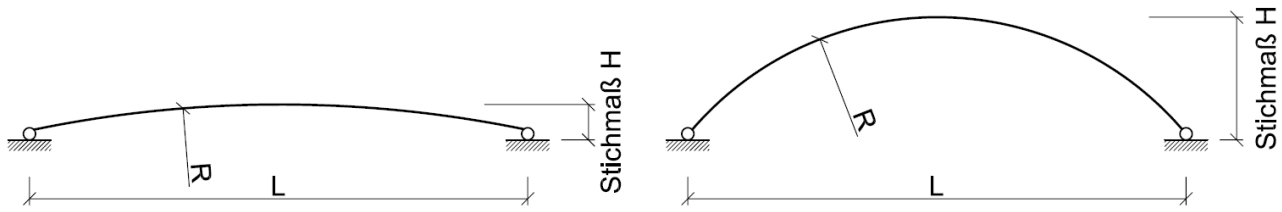


Abbildung 18: Bogengeomtrie - unterschiedliche Höhen (vgl. [19])

Je größer das Stichhöhe H gewählt wird, umso steifer wird das Tragwerk, und die Durchbiegung nimmt stark ab. Die Zunahme der Steifigkeit verläuft aber nicht linear und erreicht an einem bestimmten Punkt ihr Minimum, ab dem sich die Steifigkeit der Struktur wiederum verringert In der Abbildung 19 wird ersichtlich, dass das Verhalten der Tragfähigkeit von der Geometrie des ebnen Kreisbogens abhängt.

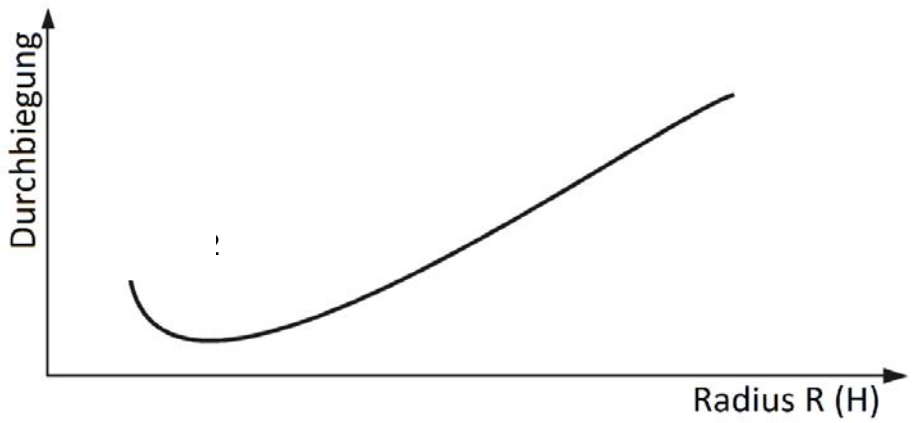


Abbildung 19: Lineare Analyse eines Kreisbogens - Abhängigkeit der Durchbiegung vom Radius (vgl.[24])

Bei Verringerung des Radius des Kreisbogens zeigt sich auch noch ein anderes Verhalten. Bei der Belastung eines flachen Kreisbogens ergibt sich wie in Abbildung 20 eine Verformung nach unten, bei einem höheren Kreisbogen zeigt sich aber, dass sich der Kreisbogen in Folge der größeren Verformungen am Rand nach oben verformt. Ein ähnliches Verhalten weisen auch der Momenten- und Querkraftverlauf auf.

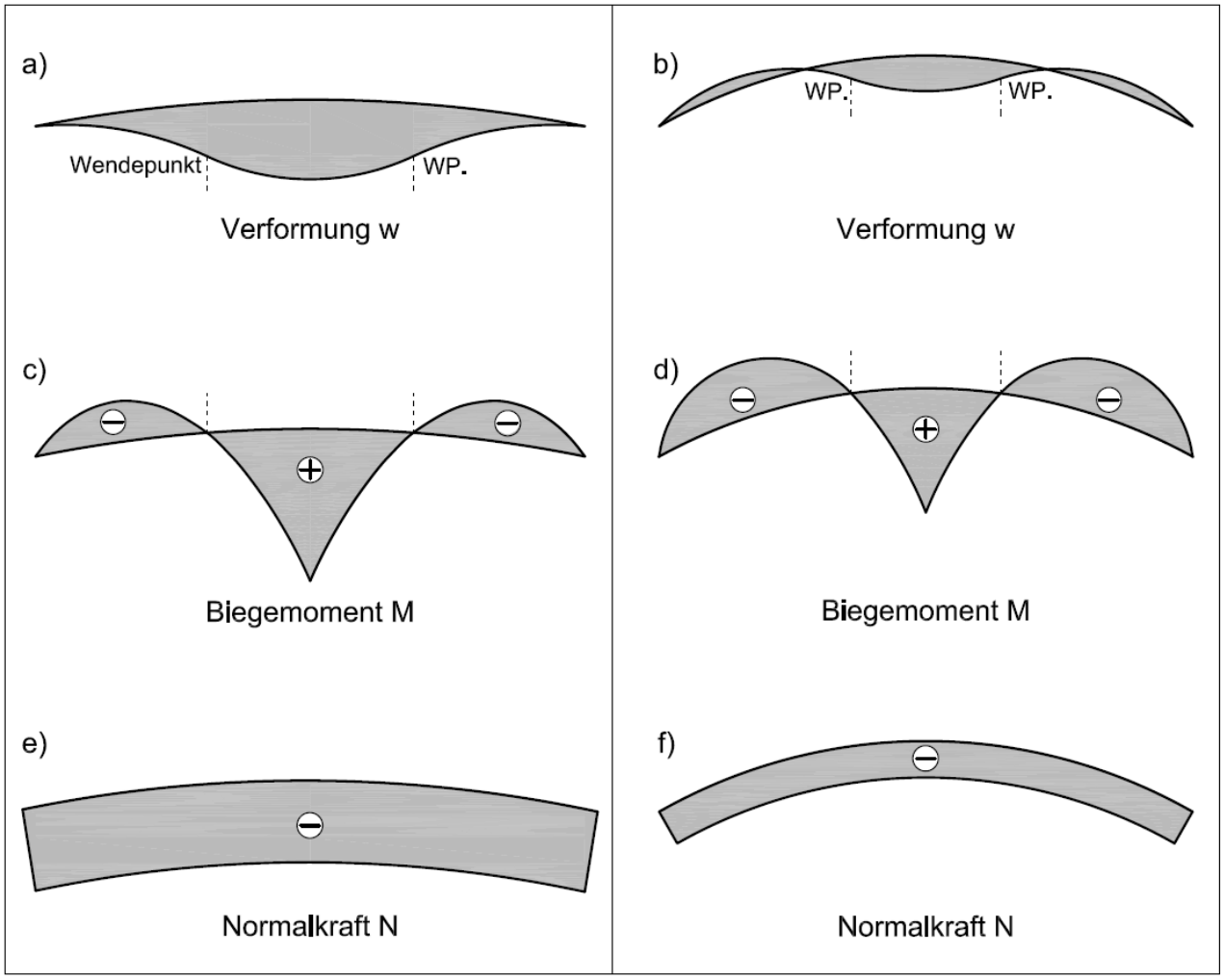


Abbildung 20: Qualitativer Momentenverlauf eines Kreisbogens unter zentrischer Belastung - Vergleich verschiedener Radien (links kleine Stichhöhe, rechts große Stichhöhe) (vgl. [19])

3.7.3 **Spannungsprobleme**

Im Zuge der geometrisch nichtlinearen iterativen Analyse wird die Last P_0 wie in Formel (19) inkrementell gesteigert.

$$P(\lambda) = \lambda \cdot P_0 \tag{19}$$

Abbildung 21 zeigt das Last-Verschiebungsdiagramm einer geometrisch nichtlinearen Analyse. Alle Diagrammwerte resultieren aus einer inkrementellen Laststeigerung $\Delta\lambda$, die abhängig von der Last des vorherigen Punktes ist und zu einer entsprechenden Verformung Δw führt. Die Punkte G_1 bis G_9 der Last-Verformungskurve repräsentieren stabile Gleichgewichtszustände. Das Versagen der Struktur wird dadurch erreicht [19], dass ein Teilquerschnitt die auftretende Spannung nicht mehr aufnehmen kann, was zu einem lokalen Versagen der Struktur führt. Ist die Gesamttraglast wie in diesem Fall abhängig von der maximalen Spannung jedes Teilquerschnittes, so spricht man von einem nichtlinearen Spannungsproblem.

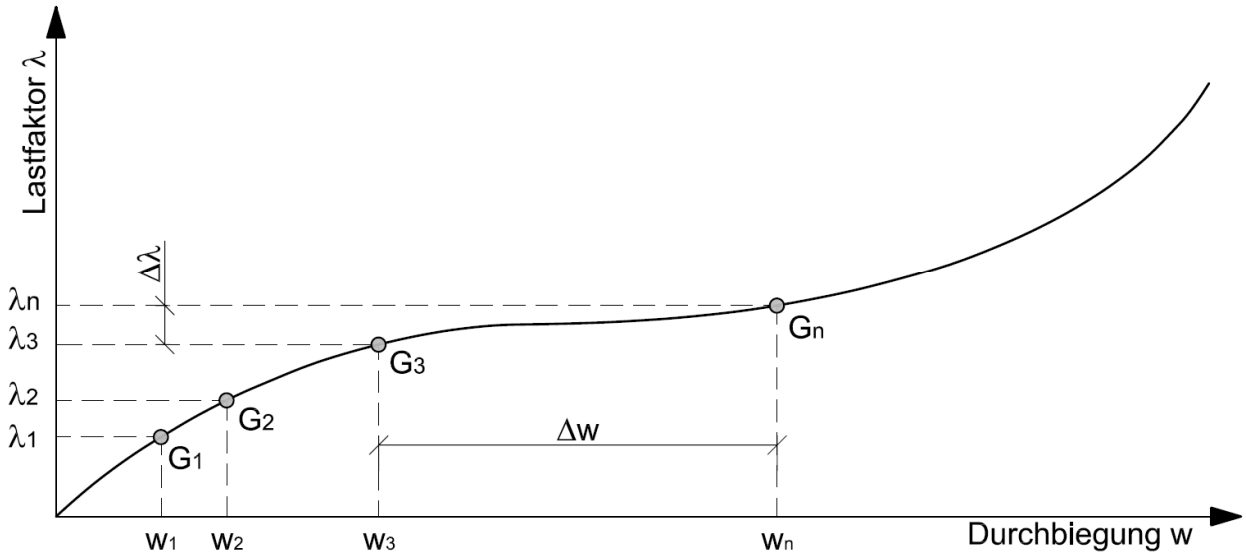


Abbildung 21: Last-Verschiebungsdiagramm - Geometrisch nichtlineare Analyse eines ebenen Kreisbogens mit einem verhältnismäßig großen Radius

3.7.4 **Durchschlagsprobleme**

Bei Betrachtung des Last-Verschiebungsdiagramms (Abbildung 21) stellt sich heraus, dass sich, nachdem das System aufweicht, die Steigung der Kurve ein Minimum erreicht. Anschließend kommt es zu einer Versteifung des Systems und die Steigung wächst rapide an. Es stellt sich heraus, dass dieser Effekt vom Radius des ebenen Kreisbogens abhängig ist. Bei einem steileren Bogen wird dieses Minimum im Kurvenverlauf flacher, bis sich bei einer weiteren Verminderung des Radius schließlich eine horizontale Tangente ausbildet. Wird ein Kreisbogen mit noch kleinerem Radius zur Analyse herangezogen, entwickelt sich ein Durchschlagsproblem wie in Abbildung 22 dargestellt.

Dabei ändert sich das Tragverhalten der Struktur grundlegend. Die Struktur würde nun auf Grund des Durchschlagsproblems [26] versagen, auch wenn die maximale Tragfähigkeit der einzelnen Bauteile noch gar nicht erreicht wäre. Eine Verstärkung der Bauteile des Systems, oder die Erhöhung der zulässigen Spannungen einzelner Bauteile würde demnach nicht mehr in einer Erhöhung der Gesamttragfähigkeit der Struktur resultieren. Daher spricht man von einem Stabilitätsversagen.

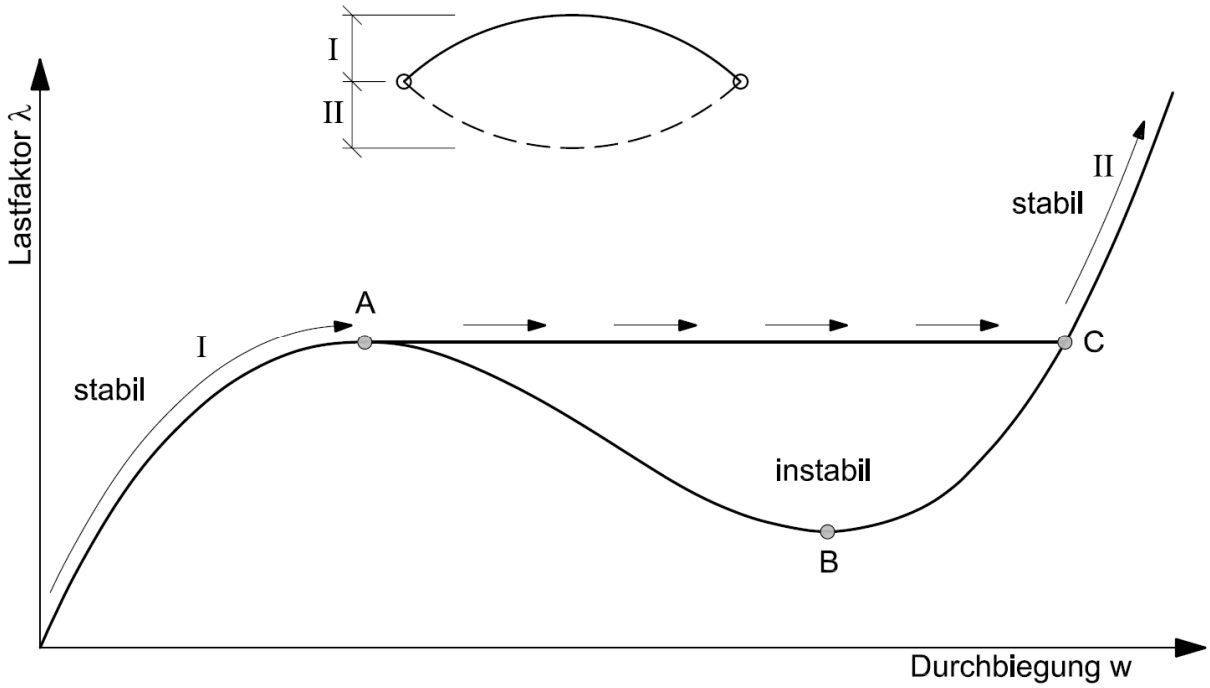


Abbildung 22: Last-Verschiebungsdiagramm - Durchschlagsproblem - Geometrisch nichtlineare Analyse eines ebenen Kreisbogens mit einem verhältnismäßig kleinen Radius

3.7.5 Kraftgesteuerte vs. Weggesteuerte Analysen

Zum experimentellen Aufbau des Systems stehen zwei verschiedene Verfahren [26] zur Verfügung. Zum einen gibt es weggesteuerte Versuche, bei denen die Durchbiegung mit konstanten Schritten erhöht wird und anschließend die Reaktionskraft ermittelt wird. Eine andere Möglichkeit sind kraftgesteuerte Versuche, bei denen die Belastung kontinuierlich gesteigert und die Durchbiegung gemessen wird.

Beim kraftgesteuerten System [31] würde die Belastung bis zur Durchschlagslast A (Abbildung 22) anwachsen und anschließend dynamisch zu Punkt C durchschlagen. Grund hierfür ist, dass es der Struktur nicht möglich ist ein statisches Gleichgewicht an Punkt A herzustellen. Durch Ausbeulen des Bogens tragen Beschleunigungs-, Trägheits- und Dämpfungskräfte zur Bildung eine dynamischen Gleichgewichts bei. Danach kann sich erneut ein statisches Gleichgewicht in Punkt C einstellen und die Belastung kann wiederum gesteigert werden. Mit dem kraftgesteuerten Versuch ist es also nicht möglich, den Kurvenzweig um Punkt B nachzubilden, da das vorliegende statische System hier instabil ist.

Das weggesteuerte Verfahren [26] beruht auf der kontinuierlichen Steigerung der Durchbiegung bis zu Punkt B. Bei der Messung der Reaktionskraft ist festzustellen, dass der Lastfaktor ab der Durchschlagslast wieder zu sinken beginnt. Dieser Bereich wird auch als Nachbeulbereich bezeichnet. Nach Erreichen des Nachbeulminimums beginnt die Belastung wieder zu steigen, und das System versteift sich wieder. In praxisnahen Strukturen wird die Belastung aber im Normalfall nicht abnehmen, und es kann sich daher auch kein Nachbeulpfad ausbilden; die Kurve wird in einen stabilen Gleichgewichtszustand durchschlagen. Die Größe der Durchschlagslast ist nicht von den zulässigen Spannungen abhängig, sondern nur vom Elastizitätsmodul des Materials. Das Durchschlagen erfolgt normalerweise ohne Vorankündigung durch etwaige Verformungen, sodass diese Versagensart als gefährlich zu klassifizieren ist. Des Weiteren lassen sich keine lokalen Schwachstellen ausfindig machen, weil das Versagen das gesamte System betrifft.

Bei einer Betrachtung der Cholesky-Faktorisierung [24] der Tangentensteifigkeitsmatrix kann eine Beurteilung der Stabilität vorgenommen werden. Falls alle Elemente der Matrix positiven Zahlenwerten entsprechen, befindet sich die Struktur in einem stabilen Gleichgewicht. Ist ein Element gleich Null, so hält sich die Struktur an einem kritischen Punkt auf. Zeigen sich negative Werte, dann befindet sich das System in einem instabilen Zustand. Die Anzahl der negativen Elemente kann zur Beurteilung des Instabilitätsgrades, welcher auch eine Aussage über die möglichen Ausweichpfade der Kurve trifft, verwendet werden.

3.7.6 **Verzweigungsprobleme**

Bei Betrachtung des halben symmetrischen Systems geht die Last-Verformungskurve (Abbildung 23) vom stabilen Pfad A-B in den instabilen Pfad B-C mit dem Instabilitätsgrad i=1 über [24]. Darauffolgend durchläuft die Kurve einen rückläufigen instabilen Pfad C-D mit dem Instabilitätsgrad i = 2. Dann schlägt die Struktur nochmals durch - Pfad D-E - und schließlich wird wieder ein stabiler Zustand erreicht. Da nach dem ersten Durchschlagvorgang schon eine Verformung des Kreisbogens stattgefunden hat, ist die benötigte Last beim zweiten Durchschlagvorgang im Punkt D höher. Bei einem verhältnismäßig kleinen Kreisbogen bezogen auf die vorhin betrachteten Problemstellungen gehen die symmetrischen Eigenschaften des Verformungsvorganges verloren, und es muss die gesamte Struktur zur Simulierung herangezogen werden.

Bei Indizierung einer kleinen Störung an der deformierten Struktur zeigt sich ein weiteres Phänomen (Abbildung 23). Bevor die Durchschlagslast erreicht wird, weicht das System in Punkt I seitlich aus und verformt sich unter Abnahme der Last bis zu Punkt II. Danach folgt es wieder der Kurve bis zum letzten Punkt F. Dieses Verhalten des Kreisbogens wird Verzweigen genannt. Um diesem Pfad zu folgen, wird eine minimale Störung benötigt, da das System im perfekten Zustand dem Primärpfad folgen würde. Zu beachten ist hier aber, dass beide Pfade einen instabilen Zustand aufweisen. Verzweigungsprobleme treten nur bei sehr kleinen Radien auf. Dabei geht die ursprüngliche Symmetrie des Systems verloren, und es bildet sich eine zusätzliche Schleife im Lastverformungsdiagramm aus.

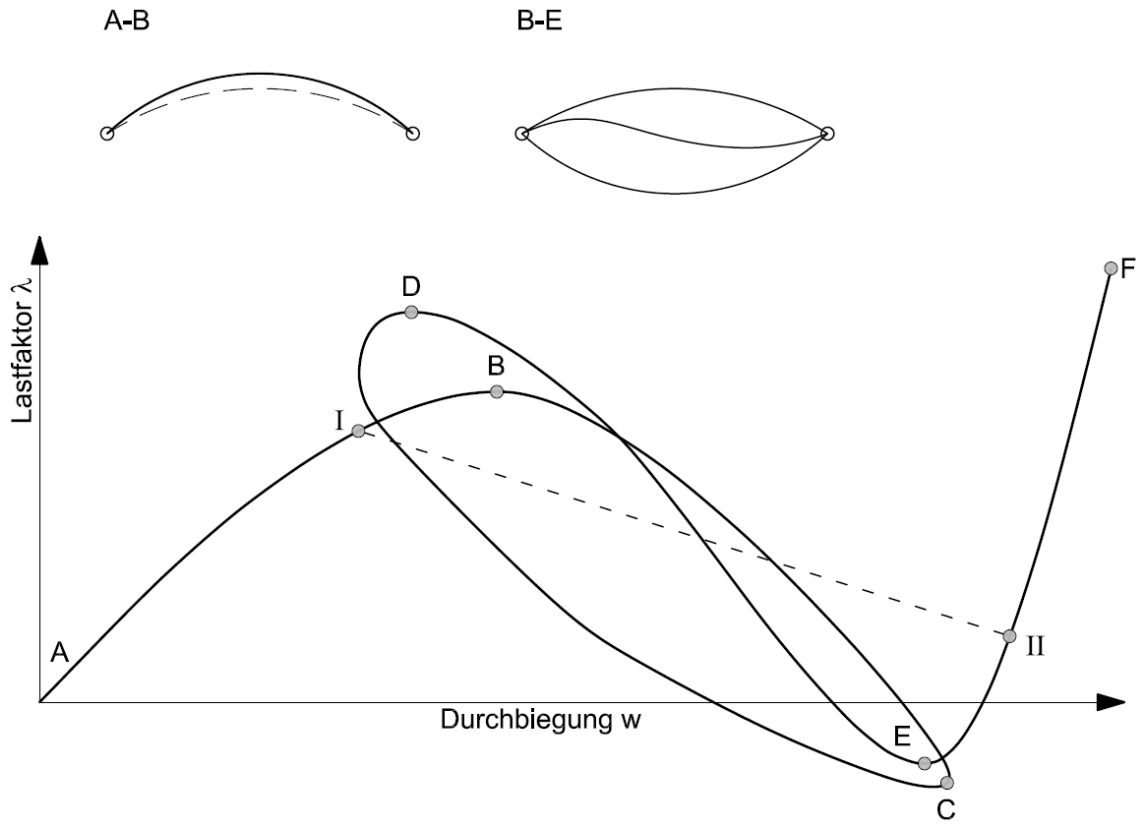


Abbildung 23: Last-Verschiebungsdiagramm - Geometrisch nichtlineare Analyse eines ebenen Kreisbogens mit einem verhältnismäßig sehr kleinen Radius (vgl. [24])

3.8 Stabilitätstheorie

Die Stabilitätstheorie [15] geht der Frage auf den Grund, wie kritische Last- und Verformungszustände aufgefunden werden können. Zur Beurteilung der Gleichgewichtsbedingungen einer Struktur wird auf Basis der Stabilitätskriterien ein mathematisches Klassifizierungssystem geschaffen.

3.8.1 **Definitionen**

Der Begriff Stabilität bezieht sich auf die Strukturantwort eines statischen Systems auf äußere Einwirkungen.

Anhand Abbildung 24 wird der Begriff Stabilität [20] betrachtet. Ein sehr stabiles System (a) liegt vor, wenn eine kleine äußere Einwirkung kein Versagen des Systems nach sich ziehen würde. Der Würfel würde nach einem kurzen Ausüben einer Kraft nicht hinunter fallen. Das Beispiel der mittleren Abbildung (b) wäre weniger stabil, da ein kurzer Kraftstoß genügen

würde, um den Würfel hinunter zu stoßen, das System würde also versagen. Bei der rechten Abbildung (c) würde bereits ein minimal kleiner Stoß reichen um den Würfel zu kippen.

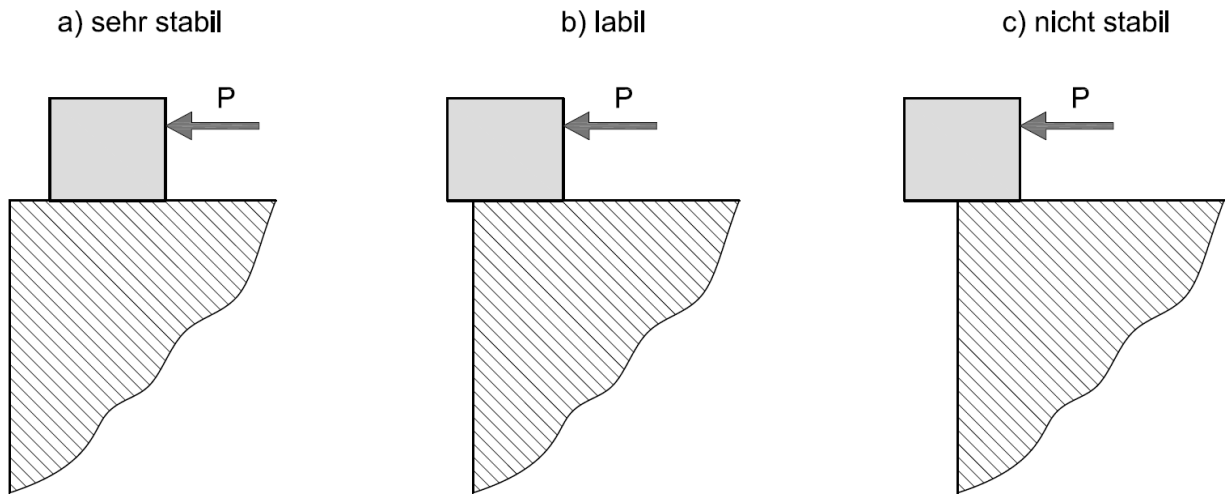


Abbildung 24: Definition der Stabilität anhand eines Beispiels (vgl. [19])

Eine genauere Beschreibung liefern folgende drei Unterscheidungen [22] (Abbildung 25):

a) Stabiles Gleichgewicht: Ein Körper, in diesem Fall eine Kugel, würde nach einer geringen äußeren Krafteinwirkung in seine Ausgangslage zurückkehren.[15]
b) Indifferentes Gleichgewicht: Dieses bildet den Übergangsbereich zwischen dem stabilen und dem instabilen Zustand. Er deutet auch auf ein baldiges Strukturversagen hin.[22]
c) Instabiler Zustand: Beim instabilen Zustand würde sich der in Bewegung versetzte Körper erst nach Auffinden einer neuen stabilen Lage zur Ruhe kommen.[19]

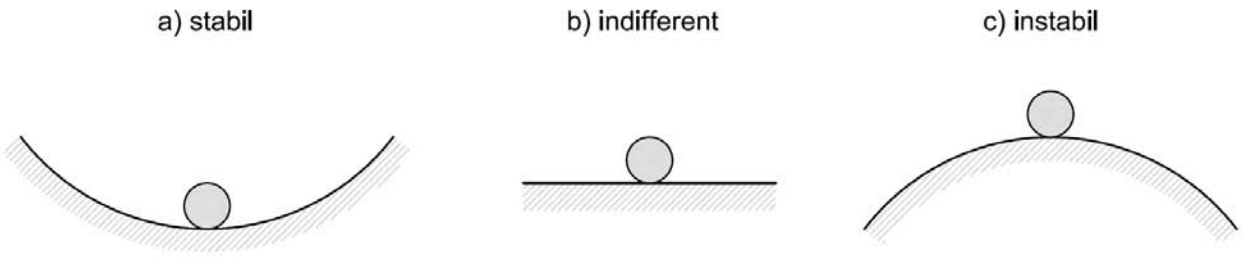


Abbildung 25: Klassifizierung der Gleichgewichtszustände (vgl. [19])

3.8.2 Stabilitätseigenschaften der nichtlinearen Antwortpfade

Als grundlegende Formulierung zur nichtlinearen Berechnung von Tragwerken ist die tangentiale Steifigkeitsbeziehung [24] von Interesse (20) und (21). Nun soll zur Beurteilung beliebiger Punkte im Last-Verschiebungsdiagramm hinsichtlich ihres Stabilitätsverhaltens ein Verfahren abgeleitet werden, wobei die Last wieder mittels des Lastfaktors λ gesteigert werden soll (22). Dies geschieht durch Beobachtung der Reaktion der Struktur auf eine kleine Laständerung.

$$K_{\mathrm{T}}(\bar{V}) \cdot V^{+} = P^{+} \qquad \text{Inkrementenschritt} \tag{20}$$

$$K_{\mathrm{T}}(\bar{V}) \cdot V^{+} = \bar{P} - F_{\mathrm{i}} \qquad \text{Iterationsschritt} \tag{21}$$

Unter Zuhilfenahme der bereits besprochenen Algorithmen kann bei ein-parametrigen Systemen ein Nachbarzustand bei der Kenntnis des Grundzustandes ermittelt werden (22).

$$\Delta \mathrm{P} = \Delta\lambda \cdot \mathrm{P}_0 \qquad \text{Laststeigerung} \tag{22}$$

Zur Lösung des Gleichungssystems wird K_T zur Hauptdiagonalform K_T^* transformiert (23).

$$K_{\mathrm{T}}^{*} \cdot V^{+*} = \Delta\lambda \cdot P_0^{*}$$

$$\begin{bmatrix} \blacksquare & & & \\ & \blacksquare & & \\ & & \blacksquare & \\ & & & \blacksquare \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \blacksquare \\ \blacksquare \\ \blacksquare \\ \blacksquare \end{bmatrix} = \Delta\lambda \cdot \begin{bmatrix} \blacksquare \\ \blacksquare \\ \blacksquare \\ \blacksquare \end{bmatrix} \tag{23}$$

Die Lösung für die i-te Komponente ergibt somit (24):

$$V_{\mathrm{i}}^{*} = \frac{\Delta\lambda \cdot P_{0\mathrm{i}}^{*}}{K_{\mathrm{Tii}}^{*}} \tag{24}$$

Jeder Punkt des Last- Verformungsdiagramms kann dann als stabil betrachtet werden, wenn ein Lastzuwachs Δλ zu einem Verformungszuwachs V+* führt.

Mit der Gleichungslösung nach Cholesky [33] wird die Tangensteifigkeitsmatrix in eine obere, eine untere und eine Diagonalmatrix zerlegt (25).

$$K_T = L_T \cdot D \cdot L \qquad (\det K_T = \det D) \qquad (25)$$

Die Determinante von K_T ist ident mit der Determinante von D, daher kann sie auch zur Beurteilung herangezogen werden.

Stabilitätskriterien[22] :

- Stabiles Gleichgewicht: alle Diagonalglieder $D_{ii} > 0$ oder $\det K_T > 0$
- Indifferentes Gleichgewicht: mindestens ein Diagonalglied $D_{ii} = 0$ oder $\det K_T = 0$
- Instabiles Gleichgewicht: mindestens ein Diagonalglied $D_{ii} < 0$ und kein Diagonalglied $D_{ii} = 0$ oder $\det K_T \lesseqgtr 0$ und $D_{ii} < 0$

$K_T < 0$ ist nicht ganz richtig, da bei einer gerade Anzahl D_{ii} die $\det K_T > 0$ wird, auch wenn der Zustand instabil ist.
Die Cholesky-Zerlegung hat den Vorteil, dass die Stabilitätsbeurteilung als Nebenprodukt ohne zusätzlichen Aufwand ermittelt wird.

Wenn es mehrere verschiedene Lösungen [19] gibt, muss es auch für die Steifigkeitsbeziehungen unterschiedliche Lösungsvarianten geben. Eine solche Lösung tritt nur dann auf, wenn Det $K_T = 0$ und mindestens eine $D_{ii} = 0$. Zum Auffinden solcher kritischer Punkte müssen Eigenwertprobleme gelöst werden.

3.8.3 **Eigenwertprobleme**

Nun ist es zwar möglich bei Kenntnis der tangentialen Matrix K_T für jeden Punkt Aussagen über die Stabilität zu treffen. Um Aussagen über das kritische Lastniveau mit den in Kapitel 3.8.2 beschriebenen Methoden zu treffen, müssen die Aufgabenstellungen in ein Eigenwertproblem [24] überführt werden. Dazu muss die lineare Steifigkeit K_L von der tangentialen Matrix K_T subtrahiert werden, um so auch den nichtlinearen Teil K_{NL} zu erhalten (26).

$$K_T = K_e + K_{NL} \tag{26}$$

Substituiert in die grundlegende Gleichgewichtsbedingung ergibt sich somit für einen Punkt (27):

$$(K_e + K_{NL}) \cdot V_e^+ = 0 \tag{27}$$

Die nichtlineare Steifigkeitsmatrix wird dann in eine Reihe um den zugehörigen Grundzustand entwickelt. Die Matrizen im Grundzustand sind bekannt, also lässt sich das allgemeine Eigenwertproblem wie folgt formulieren (28):

$$(K_e + \Lambda\, K_{NL} + \Lambda^2\, K_{NQ} + \Lambda^3\, K_{NK} + \ldots) \cdot V_e^+ = 0 \tag{28}$$

Je nach in der Formel erscheinender Potenz spricht man von einem linearen, quadratischen usw. Eigenwertproblem. Die ermittelten Eigenwerte Λ geben auch den Abstand der Indifferenz-Zustände vom aktuellen Grundzustand an (29):

$$P_{kritisch} = \Lambda \cdot P \tag{29}$$

Die auftretenden Eigenvektoren V^+ entsprechen den Knick- oder Beulformen [19], die bei Stabilitätsverlust der Struktur auftreten. Durch das Abbrechen der Reihenentwicklung kommt eine Ungenauigkeit zu Stande, und Λ entspricht nicht mehr dem genauen kritischen Lastfaktor. Die Abweichung hängt von einer Änderung der nichtlinearen Problemstellung der Matrix ab.

3.9 Nichtlineare Finite Elemente Software

Die Software Atena [35], die von der Firma Cervenka Consulting entwickelt wurde, ist eine nichtlineare Finite Elemente Anwendung und dient zur Simulation von Stahlbetonkonstruktionen. Anhand der Simulationen kann eine detaillierte Untersuchung des Tragverhaltens und der Versagensmechanismen in allen Gebrauchszuständen und gegebenenfalls auch eine Optimierung der Struktur vorgenommen werden.
Die Anwendung Atena besteht aus einer Benutzeroberfläche zur Modellierung der Struktur [36] und einem dazugehörigen Rechenkern, der nichtlineare Materialmodelle und nichtlineare Lösungsverfahren berücksichtigt und eine Analyse vornimmt. Mit der Implementierung verschiedener Materialmodelle und Verbundgesetze ist es möglich, das Verhalten der Struktur möglichst realitätsnah nachzubilden.

Zur Simulation des Zugverhaltens der Struktur kommt die sogenannte Rissbandmethode nach Bažant [37] zum Einsatz, die in der Lage ist Risse an der Struktur festzustellen und zu quantifizieren. Im Druckbereich kommt die Plastizitätstheorie nach Menétrey und William [38] zum Einsatz. Weiters wird auch der Umschnürungseffekt berücksichtigt, da die Betondruckfestigkeit auf einem dreidimensionalen Spannungszustand beruht.

Mit Hilfe des Programmmoduls Echtzeitgrafik ist es möglich die Analyse der Struktur [39] schon während des Rechenvorganges zu verfolgen und Last-Verformungsdiagramme während des inkrementellen Belastungsvorgangs darzustellen. Auftretende Probleme können so möglichst rasch beseitigt werden.
Im Postprozessor-Modus werden die Ergebnisse der Berechnung grafisch und numerisch dargestellt werden und Informationen können zur Nachbearbeitung exportiert werden.

Sämtliche Modelle und Simulationen für die Fallstudie zur Neumarktbrücke wurden mit dem Programm Atena erstellt.

4 Fallstudie - Neumarktbrücke

Die Neumarktbrücke wurde 1961 errichtet; sie führte über die Brennerautobahn zwischen den Ortschaften Neumarkt und Auer in Südtirol (siehe Abbildung 26). Im Jahr 2008 wurde die gesamte Konstruktion auf Grund von Schäden an der Tragwerksstruktur abgetragen. Dieses Objekt eignete sich somit gut für eine Fallstudie zur Beurteilung des Tragverhaltens.

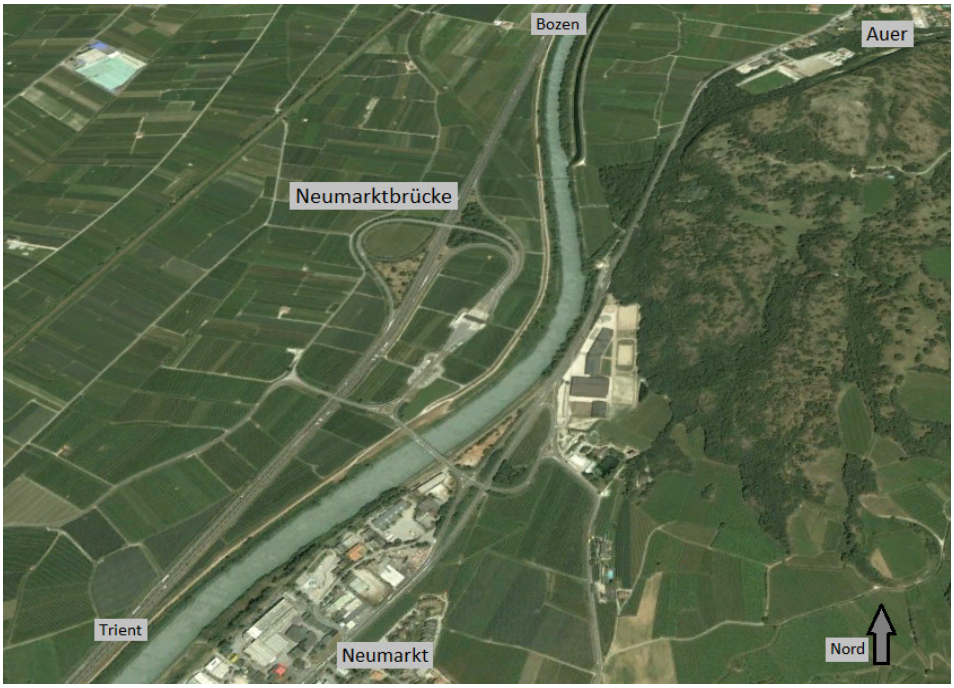


Abbildung 26: Übersichtsdarstellung Neumarktbrücke in Südtirol

Zielsetzung der Studie war es das Tragverhalten der Struktur mit Hilfe einer nichtlinearen Modellierung nachzubilden. Dazu wurden wesentliche Aspekte der geometrischen und physikalischen nichtlinearen Gegebenheiten wie auch Stabilitätsproblematiken berücksichtigt. Die zuvor beschriebenen verschiedenen Formen der Lösungsverfahren, wie das Standard Newton Verfahren und das Bogenlängenverfahren, kamen ebenso zur Anwendung. Das Tragverhalten sollte mit dem Softwarepaket Atena simuliert werden um Sicherheitniveaus bestimmen und Aussagen über die Restlebensdauer treffen zu können.

Abbildung 27: Seitenansicht der Neumarktbrücke

4.1 Aufbau

Die Brücke war als vorgespannte Fertigteilbrücke [40] ausgeführt und bestand aus drei Brückenfeldern. Das Hauptfeld hatte eine Länge von 27,00m, die beiden Nebenfelder hatten eine Spannweite von 9,14m, womit die Gesamtlänge 45,40m betrug.

Die Hauptelemente der Brücke im Querschnitt bildeten vier vorgespannte, V-förmige Fertigteilträger, welche auch die 9,50m breite und 0,14m dicke Ortbetonplatte trugen. Die Platte konnte zwei 3,75m breite Richtungsfahrbahnen und zwei 1m breite Gehsteige aufnehmen (Abbildung 28a und Abbildung 28b).

Als Vorspannung dienten Spannlitzen unterschiedlichen Durchmessers aus Spannstahl ST 1570 / 1770 [41] mit einer 0,2%-Dehngrenze $R_{p0,2}$ ($\triangleq f_y$) mit 1570 N/mm² und einer Zugfestigkeit f_t (R_m) von 1770 N/mm².

Die V-Träger waren in Längs- und Querrichtung gelenkig gelagert. Im Verbund mit der Betonplatte waren die Betonfertigteile somit auch gegen Kippen und gegen seitliche Verschiebungen gesichert.

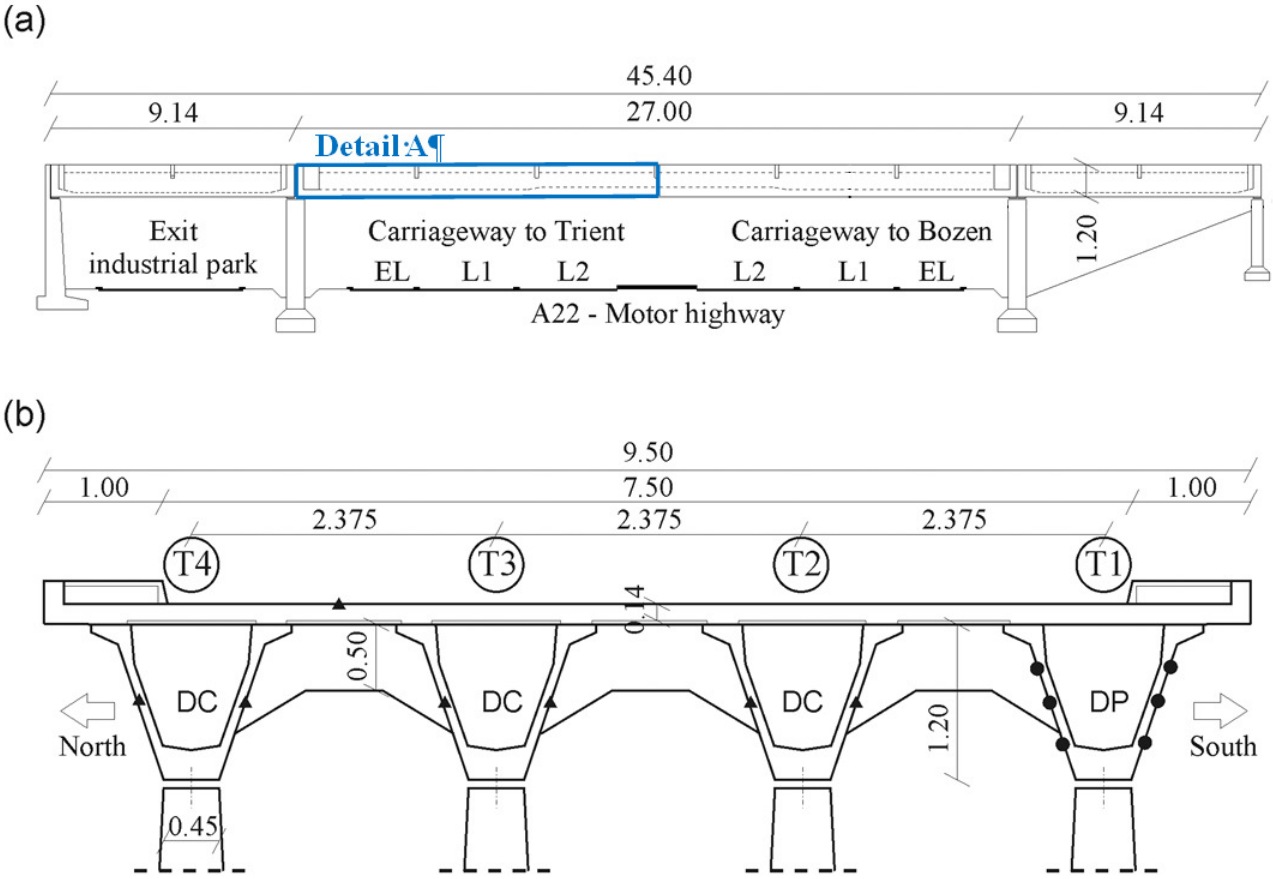


Abbildung 28: Skizze der Neumarktbrücke über die A22 - Autobahn zwischen Trient und Bozen **(a)** Seitenansicht (von Norden nach Süden), **(b)** Querschnitt [40] (Detail A: Abbildung 32)

4.2 Strukturschäden im zeitlichen Verlauf

Im Zuge von Inspektionen, die in festgelegten Intervallen durchzuführen sind, wurden im Jahr 1990 Schäden an der Abdichtung festgestellt. Dadurch konnte Streusalz in die Struktur eindringen, was zu einer starken Chloridbelastung [42] der Bauteile führte.

1996 waren bereits erste Risse ersichtlich, die parallel zur Fahrbahn in den V-Trägern verliefen. Deutliche Risse waren auch an den Stützen bemerkbar; im Bereich der Stützenköpfe zeigten sich starke Schäden in Form von Betonabplatzungen. Daraufhin wurden provisorische Verstärkungsmaßnahmen im oberen Bereich der Stützen durchgeführt. Abbildung 29 zeigt die dokumentierten Schäden an der Brücke.

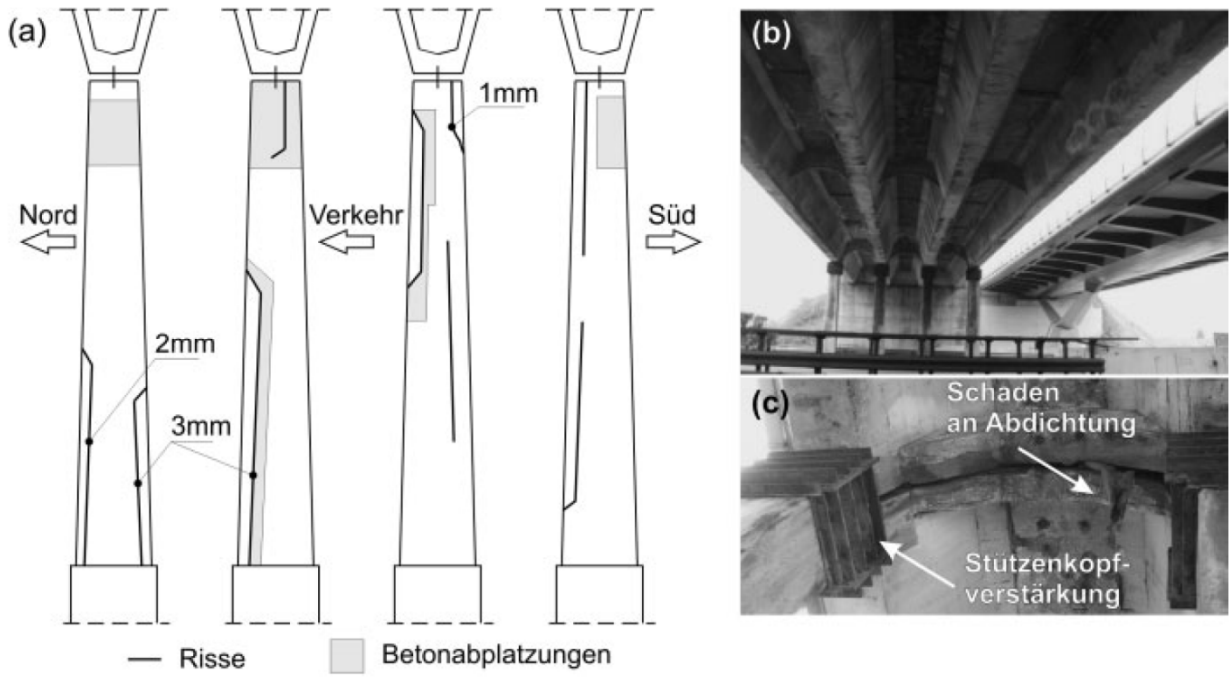


Abbildung 29: Dokumentierte Schäden: (a) an den Stützen, (b) Hauptfeld der Brücke - Ansicht von unten, (c) Schäden an Abdichtung (entnommen aus [40])

Im Jahr 1999, nach 28 Jahren Betrieb, wurde dem Eigentümer Autostrada del Brennero SpA der Abbruch der Brücke auf Grund der fortschreitenden Degradation empfohlen. Im Frühjahr 2008 wurde die Brücke schließlich abgerissen.

Vor und während der Abrissarbeiten wurde es mehreren Experten ermöglicht Proben zu sammeln. Auch destruktive Probenahmen, wie Bohrkerne, wurden unter Auflage der Aufrechterhaltung eines einspurigen Straßenbetriebs genehmigt. Dadurch sollten alle nötigen Daten für eine Nachuntersuchung gewonnen werden, welche als Grundlage für zukünftige Bewertungen von Brücken dienen sollen.

Die Degradation einer Brücke ist schwierig vorherzusagen und von vielen Bedingungen wie verschiedenen Umwelteinflüssen (z.B.: Temperaturschwankungen, Chlorideintrag durch Salzstreuung im Winter) und auch allgemeiner vom Verkehrsaufkommen abhängig.

Brücken sollen mit Hilfe der so gewonnenen Datengrundlagen [42] und Forschungsergebnisse in Zukunft einfacher hinsichtlich Restlebensdauer, Wartungsaufwand und der noch vorhandenen Tragfähigkeit evaluiert werden können. Mit Hilfe der Proben kann man probabilistische Prognosen des Korrosionsprozesses hinsichtlich deren Unsicherheiten überprüfen.

4.3 Modellierung der Tragwerksstruktur

4.3.1 Zielsetzung

Im Rahmen der Diplomarbeit wurde die Brücke im nichtlinearen Finite-Elemente Programm Atena 2D (siehe Kapitel 3.9) modelliert. Es sollte die Korrosion der oberen 7 Spannglieder in der Feldmitte in verschiedenen Fortschrittsstadien simuliert werden, da genau in diesem Bereich Schädigungen der Struktur auf Grund des hohen Chlorideintrags anzunehmen waren, und somit die Wahrscheinlichkeit des Korrosionsangriffs an den Spanngliedern sehr hoch war. Es wurde eine Korrosion des Vorspannstahls simuliert, indem die aktive Tragquerschnittsfläche der Spannglieder in der Mitte des Hauptfeldes vermindert wurde, um die Auswirkungen dieser Reduktion auf die Gesamttragfähigkeit der Brücke zu veranschaulichen. Abbildung 30 soll beispielhaft einen solchen Korrosionsprozess und eine damit zwangsläufig verbundene Querschnittsverminderung von Bewehrunsstangen darstellen. Es ist davon auszugehen, dass es an dem in der Struktur vorhandenen Spannstahl auch zu einem ähnlichen flächenhaften Materialabtrag kommt.

Des Weiteren wurde die Fließgrenze des Vorspannstahls im Randbereich der Spannglieder verringert, um auch die Auswirkungen einer zeitabhängigen, korrosionsbedingten Abnahme der Festigkeit in der Studie zu berücksichtigen

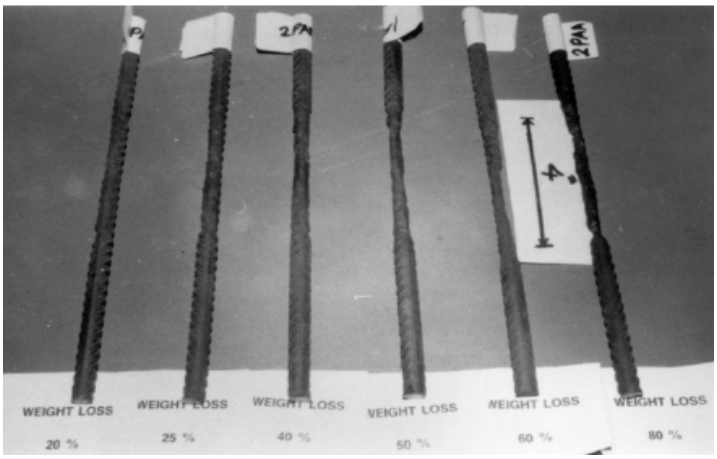


Abbildung 30: Korrosion am Beispiel von Bewehrungsstangen (entommen aus [42])

4.3.2 Idealisierung der Tragwerksstruktur

Bedingt durch die zwei-dimensionale Betrachtungsweise und den progressiv steigenden Rechenaufwand größerer bzw. komplizierterer Konstruktionen waren einige Vereinfachungen in der Struktur vorzunehmen.

Um die zwei-dimensionale Modellierung erst möglich zu machen, musste zunächst der Querschnitt der Brücke zu einem Element zusammengefasst werden, das die Eigenschaften der V-Träger und der Betonplatte zwei-dimensional widerspiegeln sollte (Abbildung 31).

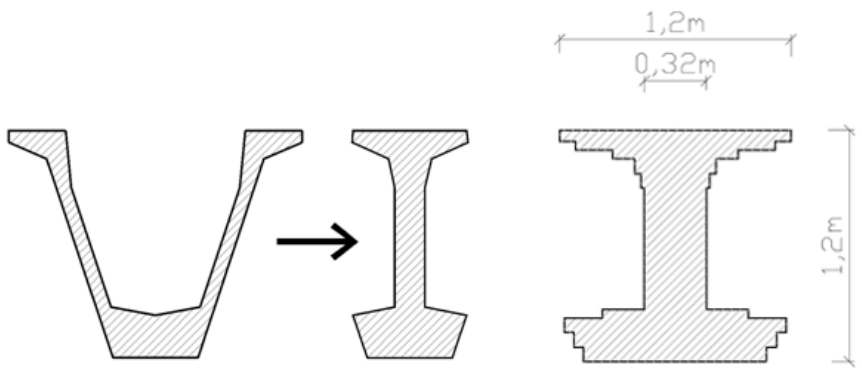
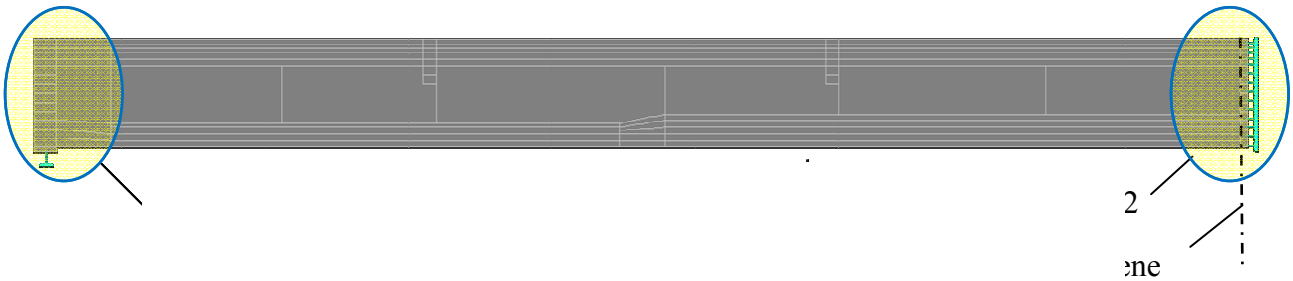


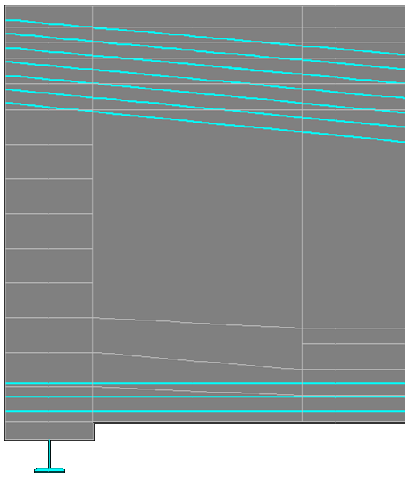
Abbildung 31: Idealisierung des Brückenquerschnitts in Atena 2D (vgl. [42])

Da das größere, mittlere Spannfeld für die statische Berechnung maßgebend und dieses auch symmetrisch ist, wurde es nur bis zur Mitte des Feldes modelliert. Die gesamte Untersuchung bezieht sich also nur auf die Symmetrieebene des Mittelfeldträgers. Die Länge des Trägers beträgt somit 13,535m mit einer variablen Dicke und einer Höhe von 1,2m.

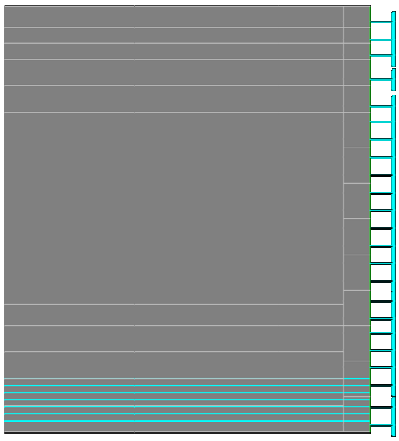
Am rechten Trägerende wurde eine horizontal unverschiebliche Lagerung hinzugefügt (Abbildung 32a und c). Am linken Trägerrand verfügt das Brückenfeld über ein vertikal unverschiebliches Auflager (Abbildung 32 b).



a) Hälfte des Hauptfeldes (siehe Abbildung 28a - Seitenansicht der Neumarktbrücke - Detail A)



b) Detail 1: Lagerung linke Seite



c) Detail 2: Symmetrieachse

Abbildung 32: Lagerungsbedingungen des Mittelfeldträgers (Zonierung Makroelemente)

Um die Anpassung verschiedener Materialparameter und der unterschiedlichen Querschnittsbreiten des Trägers zu ermöglichen, wurde die Struktur, wie in Abbildung 32 ersichtlich, in 87 kleinere Makroelemente zerlegt. In den Randbereichen und den Auflagerbereichen wurden kleinere Makroelemente eingefügt, um die Eigenschaften der Struktur flexibler gestalten zu können.

4.3.3 Finites Elemente Netz

Die Elementgröße des Finiten Elemente Netzes wurde, wie Abbildung 33 zeigt, standardmäßig mit 0,1m gewählt, um den Rechenaufwand in Grenzen zu halten.

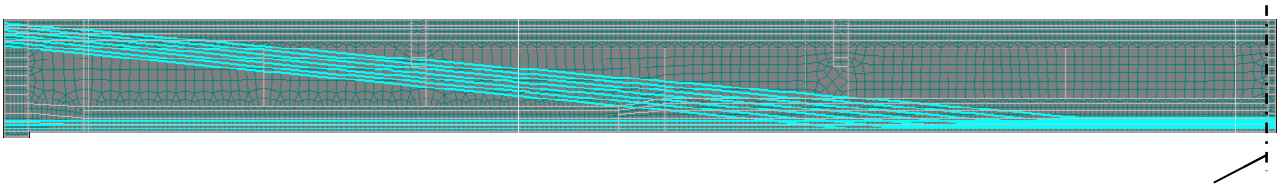


Abbildung 33: Finites Elemente Netz des Trägers (mit sichtbaren Spanngliedern)

Am Rand der Struktur wurde dieses Netz mit einer Auflösung von 0,05m noch verfeinert (Abbildung 34) um die Reaktionen der Struktur besser abbilden zu können. Das Modell ist aus 6467 Rechteckelementen aufgebaut und beinhaltet 33475 Knoten.

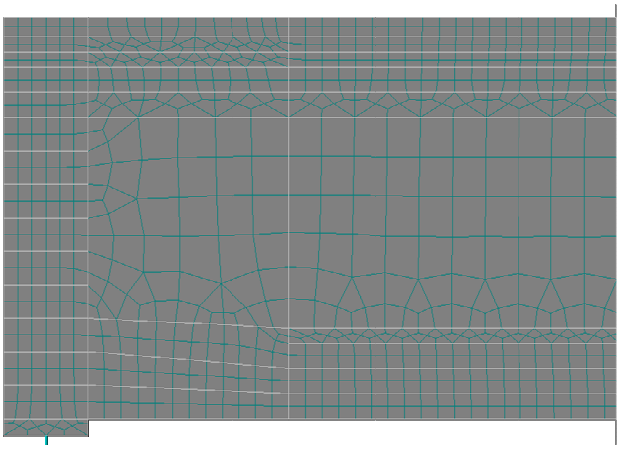


Abbildung 34: Detail Lagerbereich - Finite Elemente Netz des Trägers

Die Einbettung der Vorspannglieder im Beton wurde als perfekte Verbindung zwischen den Materialien angenommen.
Die Längs- und Querbewehrung wurde als verschmierte Bewehrung im Modell berücksichtigt. Sämtliche Maße und geometrischen Eigenschaften der Brückenstruktur stammen aus den ursprünglichen statischen Dokumenten, Bestandsplänen und Prüfberichten.

4.3.4 Monitoring Points

Um eine gesonderte Betrachtung der Berechnungsergebnisse in bestimmten Punkten durchzuführen, bietet die Software Atena die Möglichkeit sogenannte "Monitoring Points" in die Struktur einzufügen. Wie in Abbildung 35 ersichtlich wurden 29 Monitoring Points zur Beobachtung und Überwachung der Strukturantwort während des gesamten Rechenvorganges eingefügt.

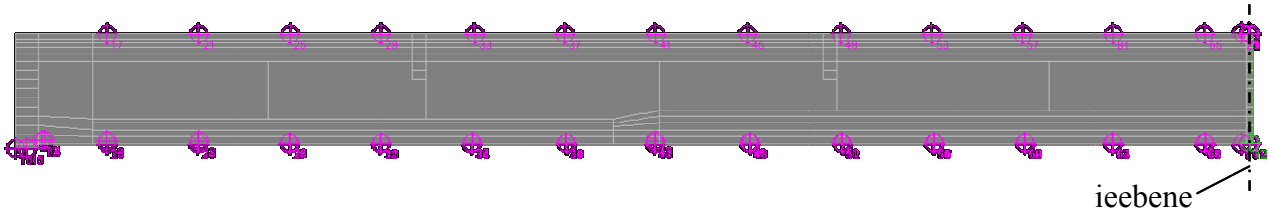


Abbildung 35: Lage der Monitoring Points

Für die Studie waren vier Monitoring Points von großer Bedeutung. In der Feldmitte wurden für den Vergleich der Auswirkung der Korrosion der Spannglieder die Horizontal-Spannung an der Brückenoberseite und an der Brückenunterseite, die Rissweiten und die Durchbiegung des Trägers näher betrachtet (Abbildung 36; Punkt 65-68). Die Rissweiten und die Durchbiegungen wurden an der Unterseite des Trägers in Brückenfeldmitte berechnet.

Monitoring points

	Title	Location			Coefficient	Monitored value	
mber	monitoru	X [m]	Y [m]	Position	[-]	Value	Item
53	10m sig xxo	10.0159	1.1928	Integration points	1.0000	Stress (Stress)	Component 1 (Sigma xx)
54	10m sig xxu	10.0353	0.0100	Integration points	1.0000	Stress (Stress)	Component 1 (Sigma xx)
55	10m wr	10.0353	0.0082	Integration points	1.0000	Crack_Width (Crack Width)	Component 1 (Cod1)
56	10m w	10.0445	0.0027	Nodes	1.0000	Displacements (Displacements)	Component 2 (x(2))
57	11m sig xxo	11.0141	1.1918	Integration points	1.0000	Stress (Stress)	Component 1 (Sigma xx)
58	11m sig xxu	11.0353	0.0100	Integration points	1.0000	Stress (Stress)	Component 1 (Sigma xx)
59	11m wr	11.0353	0.0091	Integration points	1.0000	Crack_Width (Crack Width)	Component 1 (Cod1)
60	11m w	11.0473	0.0008	Nodes	1.0000	Displacements (Displacements)	Component 2 (x(2))
61	12m sig xxo	12.0068	1.1900	Integration points	1.0000	Stress (Stress)	Component 1 (Sigma xx)
62	12m sig xxu	11.9948	0.0100	Integration points	1.0000	Stress (Stress)	Component 1 (Sigma xx)
63	12m wr	11.9939	0.0091	Integration points	1.0000	Crack_Width (Crack Width)	Component 1 (Cod1)
64	12m w	12.0059	0.0008	Nodes	1.0000	Displacements (Displacements)	Component 2 (x(2))
65	13m sig xxo	13.0013	1.1909	Integration points	1.0000	Stress (Stress)	Component 1 (Sigma xx)
66	13m sig xxu	12.9985	0.0100	Integration points	1.0000	Stress (Stress)	Component 1 (Sigma xx)
67	13m wr	12.9985	0.0082	Integration points	1.0000	Crack_Width (Crack Width)	Component 1 (Cod1)
68	13m w	13.0096	0.0017	Nodes	1.0000	Displacements (Displacements)	Component 2 (x(2))

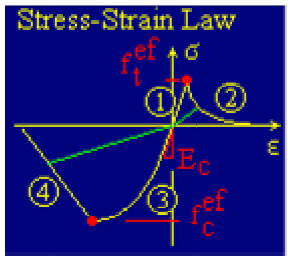
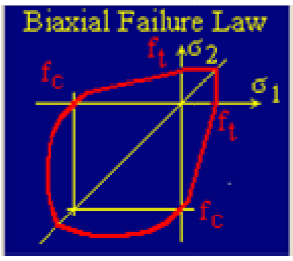
Abbildung 36: Auszug aus der Tabelle Monitoring Points

4.3.5 Verwendete Materialmodelle

Da sich jedes Material unter bestimmten Voraussetzungen anders verhält (wie zum Beispiel unterschiedliches Verhalten unter Zug- oder Druckspannung, linearer oder exponentieller Spannungsverlauf), waren sowohl für die Makroelemente, die Bewehrung als auch für die Spannglieder verschiedene Materialmodelle zu wählen. Die Materialmodelle waren so zu wählen, dass das reale Verhalten der Werkstoffe möglichst wirklichkeitsnah simuliert werden konnte.

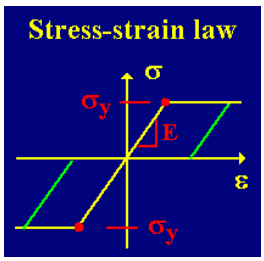
Das Haupttragwerk der Brücke war aus Beton C60 gefertigt, sodass hierfür das entsprechende Materialmodell S-Beta gewählt werden konnte und die Betoneigenschaften gemäß Tabelle 1 festgelegt werden konnten.

Tabelle 1: Materialeigenschaften - **Beton C60** [43]

Gewähltes Materialmodell:	S-Beta		
Elastizitätsmodul E_c [MPa]	39270	Spez. Dichte ρ [kg/m³]	2345,00
Zugfestigkeit f_t [MPa]	3,68	Bruchenergie G_f [MN/m]	9,20E-05
Druckfestigkeit f_c [MPa]	-51,00	Spannungserweichung	Exp.
Poisson Zahl ν [1]	0,20	Rissmodell	Fix

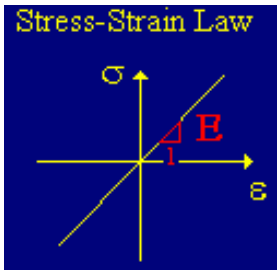
Der gesamte Bewehrungsstahl wurde im Rahmen der Studie als verschmierte Bewehrung, deren Materialeigenschaften in Tabelle 2 beschrieben werden, im Modell berücksichtigt. Als Eingangsgröße wurde ein Elastizitätsmodul E=210000 MPa gewählt. Als Materialmodell wurde ein bilineares Materialgesetz gewählt, das über eine unendliche Dehnung verfügt und daher auch nicht versagen kann.

Tabelle 2: Materialeigenschaften - **Verschmierte Bewehrung** [43]

Gewähltes Materialmodell:	Bilinear	
Elastizitätsmodul E [MPa]	210000	
Streckgrenze f_y [MPa]	440	
Ratio r [-]	variabel	
Spez. Dichte ρ [kg/m³]	7850,00	

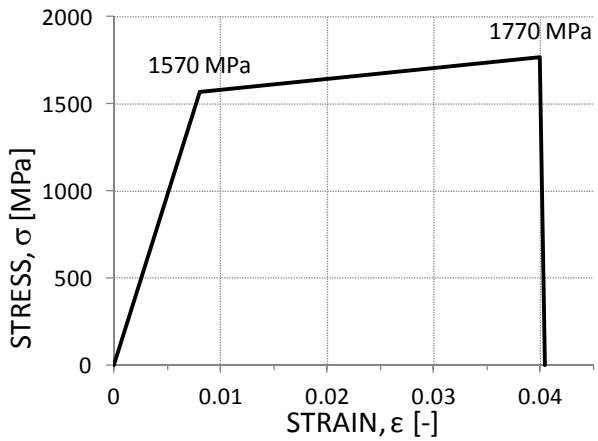
Im Auflagerbereich und im Bereich der Lasteinbringung der Spannglieder wurde zur Verbesserung der Lasteinleitung für den Beton wie in Tabelle 3 beschrieben das Materialmodell elastisch-isotroper ebener Spannungszustand gewählt.

Tabelle 3: Materialeigenschaften - **Verankerungsbereich der Spannglieder** [43]

Gewähltes Materialmodell:	Elastisch-isotroper ebener Spannungszustand		
Elastizitätsmodul E [MPa]	37500	Poisson Zahl ν [1]	0,30

Die Eigenschaften des unbeeinträchtigten Spannstahls wurden wie in der allgemeinen bauaufsichtlichen Zulassung [41] des Deutschen Instituts für Bautechnik beschrieben und mit einem multilinearen Materialgesetz (Tabelle 4) im Modell formuliert. Ab einer Dehnung ε von 0,04% versagen die Spannglieder und tragen nicht mehr zur Tragfähigkeit der Struktur bei.

Tabelle 4: Materialeigenschaften - **Spannglieder - nicht korrodiert** [41]

Gewähltes Materialmodell:	Multilinear		
Elastizitätsmodul E [MPa]	196250	Dehnung ε_1 [-]	0,008
Streckgrenze f_y (≙$R_{p0,2}$)[MPa]	1570	Dehnung ε_2 [-]	0,04
Zugfestigkeit f_t (≙R_m)[[MPa]	1770	Spez. Dichte ρ [kg/m³]	7850,00

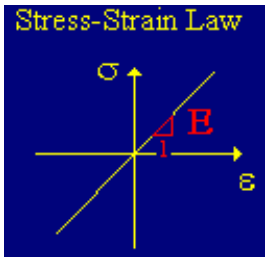
Die Festigkeitseigenschaften des Spannstahls im Randbereich der Spannglieder wurden für die Nachbildung der Festigkeitsabnahme durch den Korrosionsprozess nach und nach vermindert. Die Eigenschaften werden in Tabelle 5 beschrieben. Als Grundlage diente wieder ein multilineares Materialgesetz mit einem Elastizitätsmodul E von 196250 MPa. Die Verminderung der Streckgrenze wird in Kapitel 0 gesondert betrachtet.

Tabelle 5: Materialeigenschaften - **Spannglieder - korrodiert** [41]

Gewähltes Materialmodell:	Multilinear	siehe Kapitel 0	
Elastizitätsmodul E [MPa]	196250	Dehnung ε_2 [-]	0,04
Streckgrenze f_y (≙$R_{p0,2}$)[MPa]	Variabel	Spez. Dichte ρ [kg/m³]	7850,00
Dehnung ε_1 [-]	Variabel		

Im Auflagerbereich wurde eine Stahlplatte mit elastisch-isotropem ebenen Spannungsverhalten und den Materialeigenschaften gemäß Tabelle 6 angebracht.

Tabelle 6: Materialeigenschaften - **Stahlplatte** [43]

Gewähltes Materialmodell:	Elastisch-isotroper ebener Spannungszustand		
Elastizitätsmodul E [MPa]	210000	Poisson Zahl ν [1]	0,30

4.3.6 Modellbildung der Korrosion an den Spanngliedern

Wie bereits in Kapitel 4.3.1 beschrieben, sollte die Korrosion der oberen 7 Spannglieder in verschiedenen Fortschrittsstadien simuliert werden. Sie sollte wie in Abbildung 37 ersichtlich nur in der Mitte des Hauptfeldes über den kleinen Bereich des Teilquerschnitts Ay von 125mm (250mm bei Betrachtung des gesamten Brückenfeldes) in den schrägen Spanngliedern simuliert werden, da genau in diesem Bereich Schädigungen der Struktur auf Grund des hohen Chlorideintrags anzunehmen war. Dazu wurde der Durchmesser der Spannglieder für die einzelnen Simulationen fortlaufend reduziert, um die Verminderung der Tragfähgkeit nachzubilden.

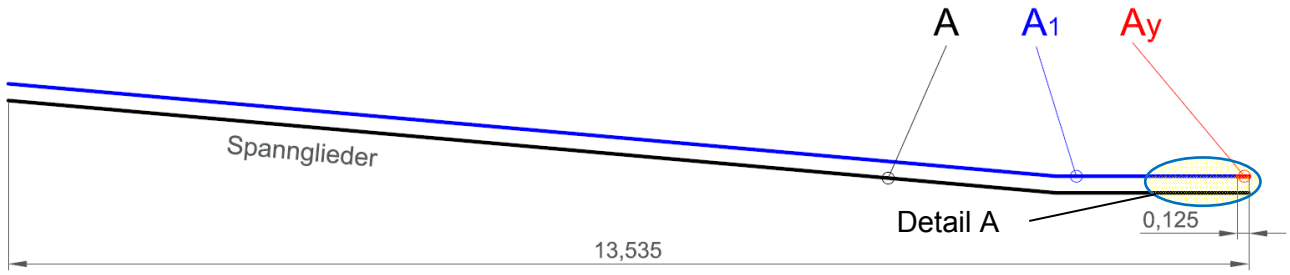


Abbildung 37: Aufteilung der Spannglieder in verschiedene Teilquerschnitte (siehe auch Abbildung 33)

Für die Simulationsreihe 1 sollte wie in

Abbildung 38a nur der aktive Tragquerschnitt A schrittweise vermindert werden. Hierfür musste jedes Spannglied in drei Teilquerschnitte zerlegt werden. Querschnitt A stellt den von Korrosion nicht betroffenen Kern (mit einer 0,2%-Dehngrenze von 1570 N/mm² - siehe Tabelle 4 [41]) dar. Die Fläche dieses voll funktionstüchtigen Restquerschnittes A wurde für jede Simulation schrittweise vermindert. Um zu gewährleisten, dass der Querschnitt der restlichen Spannglieder gleich bleibt, musste die Fläche des Querschnitts A_1 im selben Verhältnis erhöht werden, da die Reduktion nur im Bereich der Feldmitte stattfinden sollte.

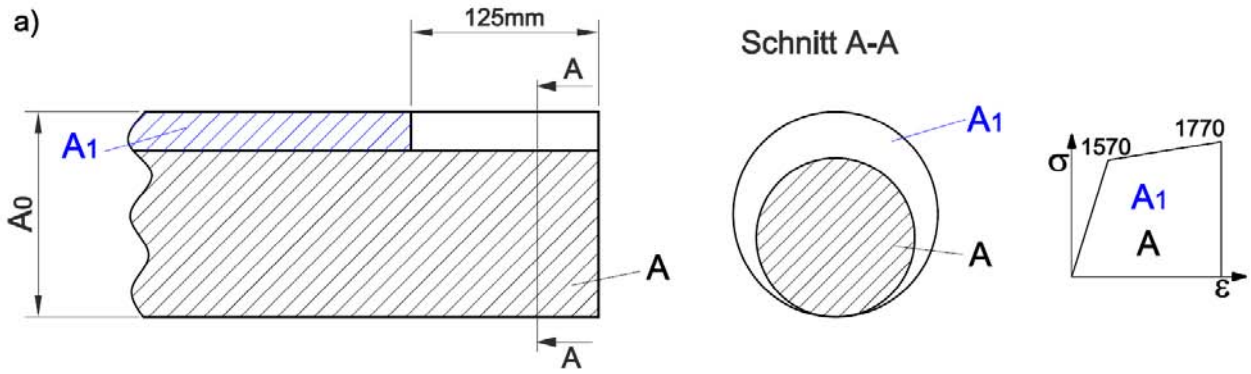


Abbildung 38a) Detail A: Gesamtquerschnitt des Spannglieds wird im Bereich der Feldmitte auf einer Länge von 125mm vermindert

Simulationsreihe 2 und 4 sollten zusätzlich zum schwindenden aktiven Tragquerschnitt auch eine verminderte Festigkeit im Randbereich der bereits reduzierten Spannglieder berücksichtigen. Ein Teil des verbleibenden Querschnittes sollte eine 0,2%-Dehngrenze $R_{p0,2}$=1570 N/mm² aufweisen und am Rand im Bereich der Korrosion sollte mit einer verminderten Dehngrenze gerechnet werden, da die Annahme getroffen wurde, dass die Festigkeit im Randbereich der angegriffenen Materialien durch den Korrosionsprozess sinkt. Ay stellt die durch die Korrosion angegriffene äußere Fläche der Spannglieder dar. Die Dehngrenze dieses Querschnitts wurde im Rahmen der Studie schrittweise bis zu $R_{p0,2}$=600 N/mm² reduziert. Diese aufwändige Modellbildung war erforderlich, um die gewünschten Effekte untersuchen zu können.

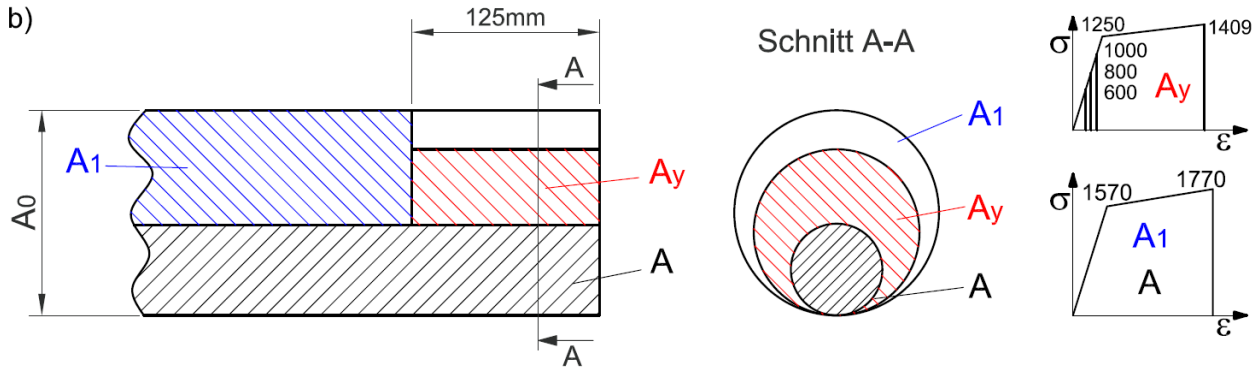


Abbildung 38b) Detail A: Von Korrosion nicht betroffener Materialkern wird reduziert (A), ein Teilquerschnitt wird mit einer verminderten Dehngrenze angesetzt (Ay), Gesamtquerschnitt wird reduziert

Für die Simulationsreihe 3 sollte lediglich die Festigkeit der Spannglieder im Randbereich vermindert werden und der Querschnitt des Spannstahls über die gesamte Länge gleich bleiben. Dieses Stadium berücksichtigt also noch keinen flächenhaften Materialabtrag durch die Korrosion. Es sollte hier nur der Effekt einer verminderten 0,2% Dehngrenze zum Tragen kommen.

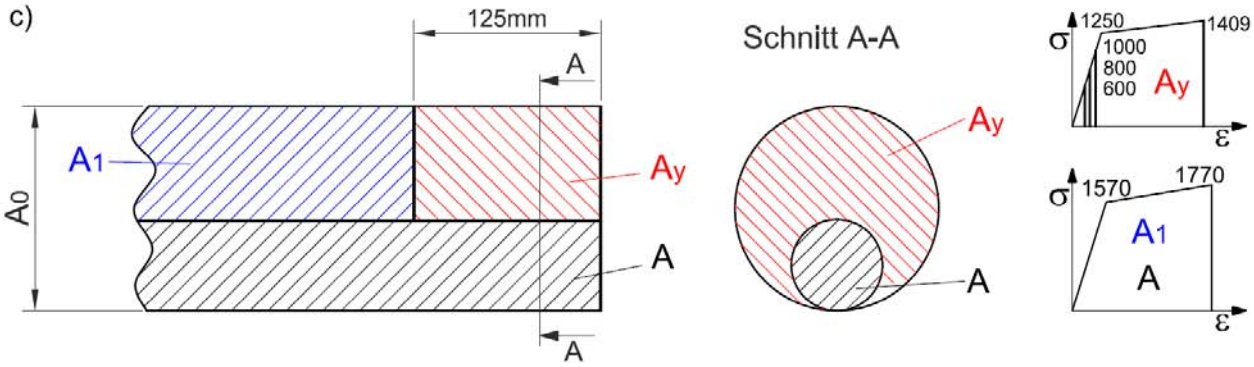


Abbildung 38c) Detail A: Von Korrosion nicht betroffener Materialkern wird reduziert (A), Restquerschnitt wird mit einer verminderten Dehngrenze angesetzt (Ay), Gesamtquerschnitt bleibt unverändert

Abbildung 38: Querschnitt der Spannglieder in der vertikalen Symmetrielinie des Mittelfeldes

4.4 Simulationsprozesse

Es wurde eine Vielzahl von Simulationen durchgeführt, um den schwindenden Querschnitt der Spannglieder als Auswirkung der Korrosion auf die Tragfähigkeit der Struktur zu ermitteln. Hierfür wurden die Ergebnisse verglichen und in Diagrammen dargestellt.

Der Nennquerschnitt einer Spanngliedlage A_0 beträgt 2,534 cm². Der von der Korrosion nicht betroffene Materialkern A hat eine 0,2% - Dehngrenze $R_{p0,2}$=1570 N/mm² [41] und folgt dem Materialgesetz nach Abbildung 39. Durch die Korrosion geschwächte Teilquerschnitt A_y wurde mit einer verminderten Dehngrenze bzw. Streckgrenze angenommen und folgt auch den Materialgesetzen wie in Abbildung 39 dargestellt. Der E-Modul von E=196250 MPa bleibt bei allen verwendeten Materialmodellen konstant.

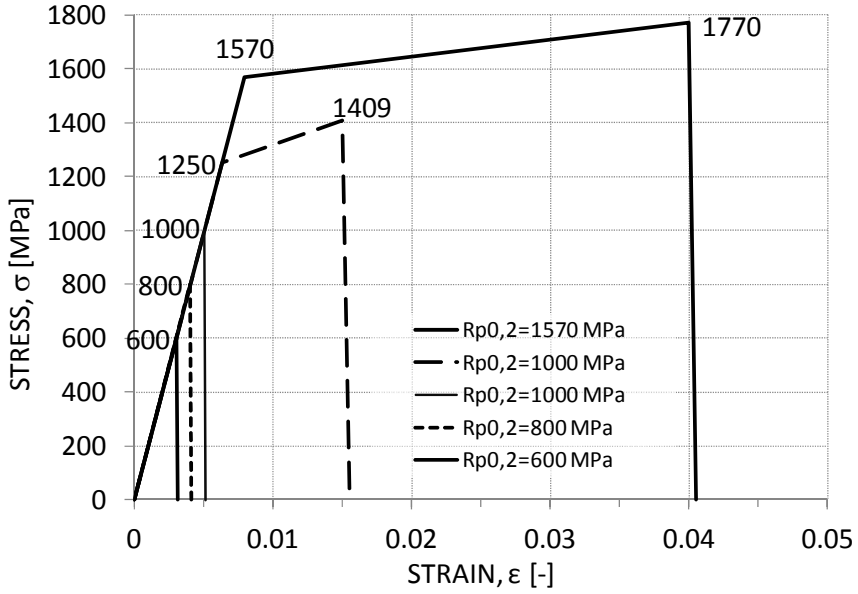


Abbildung 39: Spannungs-Dehnungs-Diagramm Vorspannstahl

Aus den Vorüberlegungen gingen die in Tabelle 7 dargestellten Simulationsabläufe hervor, die anschließend für die Parameterstudie näher betrachtet werden sollten. In der Tabelle ist eine Gliederung erkennbar, die sich in vier Simulationsreihen unterteilt. Die genauere Beschreibung der Simulationen erfolgt in Kapitel 4.3.6.

Bei Simulationsreihe 1 (Abbildung 39a) wurde der aktive Tragquerschnitt für jede der durchgeführten Simulationen reduziert.

Für Simulationsreihe 2 (Abbildung 39b) wurde der Querschnitt vermindert und zudem noch schrittweise die Dehngrenze herabgesetzt.

Die Simulationsreihe 3 (Abbildung 38c) wurde mit einem konstanten Gesamtquerschnitt berechnet. Hier wird nur die Fläche des degradierten Teilquerschnitts A_y variiert und mit einer

konstanten Dehngrenze von 600 N/m² angenommen, um den Einfluss des von der Korrosion angegriffenen Teilquerschnitts A_y auf die Reaktion der Struktur besser abschätzen zu können.
Bei Simulationsreihe 4 (Abbildung 38b) wurde wie zuvor in Simulationsreihe 2 die Dehngrenze wie auch der Gesamtquerschnitt der Spannglieder in der Symmetrieebene reduziert. Hierbei wurde jedoch für Vergleichszwecke zur 13. Simulation der unbeeinträchtige aktive Tragquerschnitt nicht mehr variiert. Die Strukturantwort auf den variablen Teilquerschnitt A_y mit reduzierter Festigkeit sollte dadurch besser zur Geltung kommen.

Tabelle 7: Querschnittsreduktion der Spannstahlglieder in der Symmetriebene für die die Simulation durchgeführt wurde.

Nr.	A[1)]	Ay[2)]	f_y (≙$R_{p0,2}$) von Ay	A_{ges}
Simulationsreihe 1 (siehe auch Abbildung 38a)				
1	$1{,}0 \cdot A_0$			$1{,}0 \cdot A_0$
2.	$0{,}8 \cdot A_0$			$0{,}8 \cdot A_0$
3.	$0{,}6 \cdot A_0$			$0{,}6 \cdot A_0$
4.	$0{,}4 \cdot A_0$			$0{,}4 \cdot A_0$
5.	$0{,}2 \cdot A_0$			$0{,}2 \cdot A_0$
Simulationsreihe 2 (siehe auch Abbildung 38b)				
6.	$0{,}8 \cdot A_0$	$0{,}1 \cdot A_0$	1250 N/mm²	$0{,}9 \cdot A_0$
7.	$0{,}6 \cdot A_0$	$0{,}2 \cdot A_0$	1000 N/mm²	$0{,}8 \cdot A_0$
8.	$0{,}4 \cdot A_0$	$0{,}3 \cdot A_0$	800 N/mm²	$0{,}7 \cdot A_0$
9.	$0{,}2 \cdot A_0$	$0{,}4 \cdot A_0$	600 N/mm²	$0{,}6 \cdot A_0$
Simulationsreihe 3 (siehe auch Abbildung 38c)				
10.	$0{,}8 \cdot A_0$	$0{,}2 \cdot A_0$	600 N/mm²	$1{,}0 \cdot A_0$
11.	$0{,}6 \cdot A_0$	$0{,}4 \cdot A_0$	600 N/mm²	$1{,}0 \cdot A_0$
12.	$0{,}4 \cdot A_0$	$0{,}6 \cdot A_0$	600 N/mm²	$1{,}0 \cdot A_0$
13.	$0{,}2 \cdot A_0$	$0{,}8 \cdot A_0$	600 N/mm²	$1{,}0 \cdot A_0$
Simulationsreihe 4 (siehe auch Abbildung 38b)				
14.	$0{,}2 \cdot A_0$	$0{,}6 \cdot A_0$	600 N/mm²	$0{,}8 \cdot A_0$
15.	$0{,}2 \cdot A_0$	$0{,}4 \cdot A_0$	600 N/mm²	$0{,}6 \cdot A_0$

A[1)] nicht korrodierter Stahl mit $R_{p0,2}$ = 1570 MPa (Materialgesetz: siehe Abbildung 39)

Ay[2)].....korrodierter Stahl mit verminderter 0,2%-Dehngrenze
$R_{p0,2}$ = 600 / 800 / 1000 / 1250 MPa (Materialgesetz: siehe Abbildung 39)

In Abbildung 40 werden die einzelnen Simulationen grafisch dargestellt. In den Simulationsreihen 1 und 3 lässt sich deutlich die Querschnittsreduktion bei konstanten Festigkeitsparametern erkennen. Die 2. Simulationsreihe zeigt die gleichzeitige Reduktion der Streckgrenze f_y wie auch das Querschnittsverhältnis A/A_0 zwischen den einzelnen Simulationen. Die 4. Simulationsreihe eignet sich nicht für eine solche Darstellung.

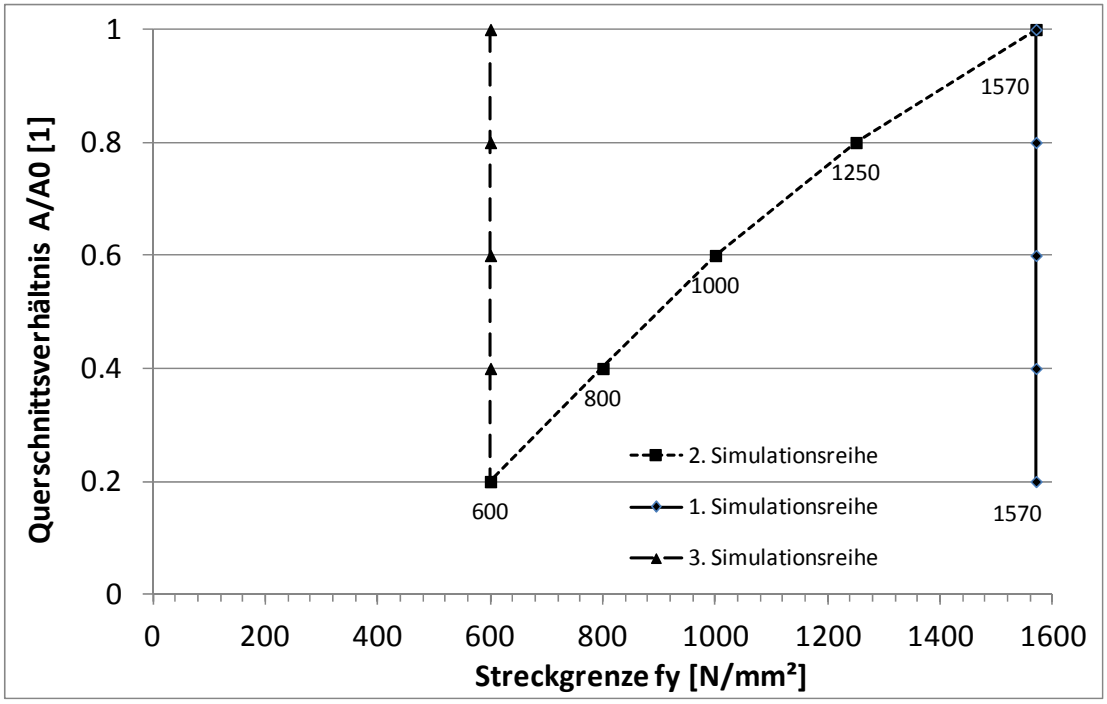


Abbildung 40: Darstellung der Simulationsreihen - Streckgrenze f_y bezogen auf das Querschnittsverhältnis A/A_0

4.5 Einwirkungen

Der Träger wurde gemäß der Ursprungs-Statik und den Anforderungen der neueren nichtlinearen Modellierung schrittweise belastet. Diese Anforderungen wurden bereits in Kapitel 3 - Nichtlineare Methoden zur Berechnung von Ingenieurstrukturen besprochen Die Verkehrslasten wurden wie in Tabelle 8 und Abbildung 41, gemäß dem derzeit geltenden Lastmodell LM1 aus EN1991-2 [44] aufgebracht. Dieses Lastmodell ist aus Einzellasten, (hier als Doppelachsen bezeichnet), die die Achslasten der Fahrzeuge berücksichtigen, und verteilten Lasten aufgebaut. Es berücksichtigt die meisten Einwirkungen aus LKW- und PKW-Verkehr und kann für globale und lokale Nachweise angewendet werden.

Tabelle 8: Lastmodell 1 - charakteristische Werte (entnommen aus der EN1991-2 [44])

Stellung	**Doppelachsen**	**Gleichmäßig verteilte Last**
	Achslast $\mathbf{Q_{ik}}$ [kN]	q_{ik} oder q_{rk} [kN/m2]
Fahrstreifen 1	300	9
Fahrstreifen 2	200	2,5
Fahrstreifen 3	100	2,5
Andere Fahrstreifen	0	2,5
Verbleibende Restfläche q_{rk}	0	2,5

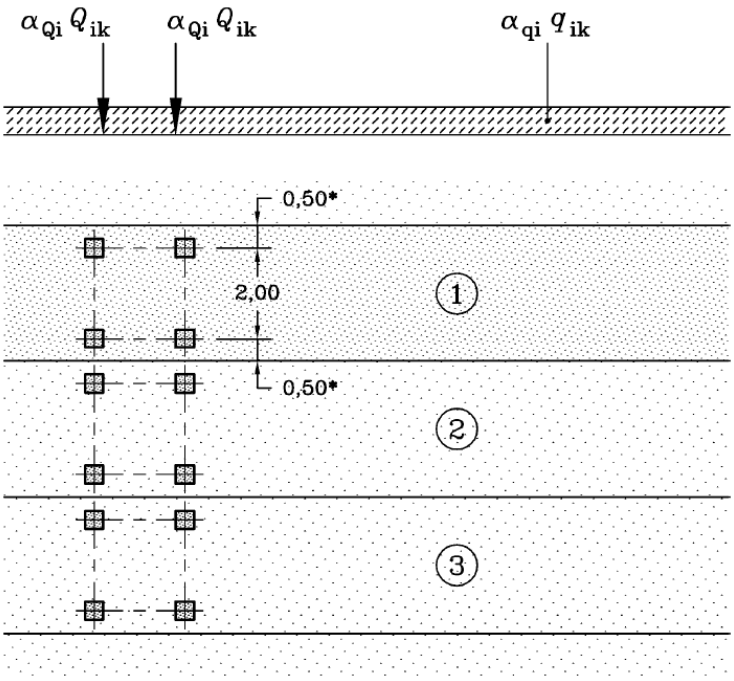


Abbildung 41: Darstellung des Lastmodells 1 im Grundriss mit drei Fahrspuren (entnommen aus der EN1991-2 [44])

wobei α_{Qi} und α_{qi} die Anpassungsfaktoren sind. Sie sind im nationalen Anhang angegeben, für Brücken die über keine durch Beschilderung gekennzeichnete Beschränkung des Fahrzeuggewicht aufweisen, werden folgende Mindestwerte empfohlen: $\alpha_{Qi} \geq 0{,}8$ und $\alpha_{qi} \geq 1{,}0$

4.5.1 Lastfälle

Im Programm Atena 2D wurden für die Berechnung der Struktur 7 Lastfälle erstellt. Tabelle 9 zeigt die Lastaufbringungsprozedur.

Die Vorspannung sollte nicht zeitgleich auf alle Spannglieder erfolgen, daher wurde sie in drei Schritten aufgebracht, für die je ein Lastfall generiert wurde (siehe auch Abbildung 42). Die zulässige Vorspannung der unkorrodierten Spannglieder beträgt 80% der 0,2% - Dehngrenze $R_{p0,2} = 1570$ N/mm², bei der flächenhaften Korrosion und des einhergehenden kleiner werdenden Durchmessers wurde die Vorspannung im selben Maße wie der Querschnitt verringert: Vorspannung = $0{,}8 \cdot R_{p0,2}$

Tabelle 9: Lastfälle in Atena 2D

Nr.	Beschreibung	Typ in Atena	Werte
1	Eigengewicht	Body Force	
2	Verkehrslast (siehe Abbildung 43)	Force	-21,38 kN/m (siehe Abbildung 43) 750 kN/m (von 12,73-13,13m)
3	Gewicht Aufbau	Force	-8,32 kN/m über ges. Länge
4	Lagerbedingungen	Supports	
5	Vorspannung 1-3 (siehe Abbildung 42a)	Pre-stressing	1232 N/mm² ($R_{p0,2} \cdot 0{,}8$) je nach Querschnitt der Spannglieder
6	Vorspannung 4-6 (siehe Abbildung 42b)	Pre-stressing	1232 N/mm²
7	Vorspannung 7-10 (siehe Abbildung 42c)	Pre-stressing	1232 N/mm²

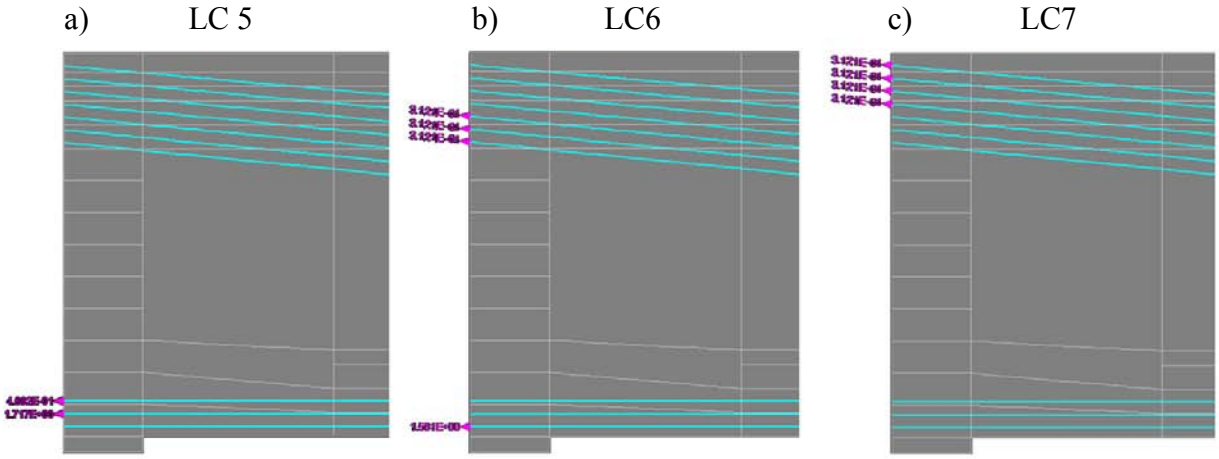


Abbildung 42: Aufbringen der Vorspannung in Schritten a) Loadcase 5, b) Loadcase 6, c) Loadcase 7

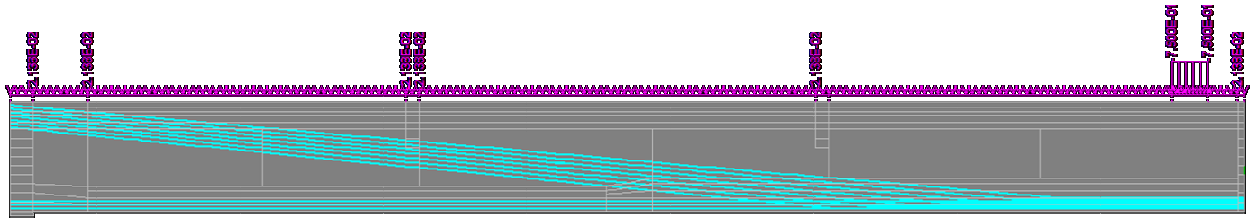


Abbildung 43: Aufbringen der Verkehrslast

4.5.2 **Lastschritte**

Die Lastfälle werden für die anschließende Berechnung kombiniert und in Lastschritte (Analysis Steps) unterteilt. Sie sind in Tabelle 10 ersichtlich. Die Berechnungsmethoden (siehe Kapitel 3) wurden auf Basis der minimalen potentiellen Energie gewählt. Bei diesem Verfahren werden nach jedem Berechnungsvorgang die innere Arbeit W_i und die äußere Arbeit W_a verglichen, bis der Unterschied ein Minimum aufweist. Mit diesem Prinzip soll eine möglichst schnelle Annäherung der Iterationen an das Konvergenzkriterium erfolgen. Für die Fallstudie erwiesen sich das Standard Newton Verfahren, das bereits in Kapitel 3.6.2 erläutert wurde, und bei steigender Belastung das Bogenlängenverfahren, das in Kapitel 3.6.4 behandelt wurde, als am besten geeignete Methoden um die Konvergenzkriterien zu erfüllen.

Um möglichst genau an die Tragfähigkeit der Struktur in Bezug auf die Belastung heranzukommen, mussten die Lastschritte vor dem Versagen der Struktur verkleinert werden. Daher wurde die Verkehrslast zuerst in 10%-Schritten und ab 50% in 5% Schritten aufgebracht und bis zu einem Lastniveau von 140% von LM1 gesteigert. Das Eigengewicht wurde in 10% Schritten aufgebracht, die Vorspannung und das Gewicht des Brückenaufbaus in 33%-Schritten bis zum Erreichen der vollen Last.

Tabelle 10: Lastschritte (Analysis Steps)

Nr.	Methode	Koeffizient	Lastfälle
1	Standard Newton	0.1	Lagerbedingungen, Eigengewicht
2	Standard Newton	0.1	Lagerbedingungen, Eigengewicht
3	Standard Newton	0.1	Lagerbedingungen, Eigengewicht
4	Standard Newton	0.33	Lagerbedingungen, Vorspannung 1-3
5	Standard Newton	0.33	Lagerbedingungen, Vorspannung 1-3
6	Standard Newton	0.33	Lagerbedingungen, Vorspannung 1-3
7	Standard Newton	0.1	Lagerbedingungen, Eigengewicht
8	Standard Newton	0.1	Lagerbedingungen, Eigengewicht
9	Standard Newton	0.1	Lagerbedingungen, Eigengewicht
10	Standard Newton	0.1	Lagerbedingungen, Eigengewicht
11	Standard Newton	0.33	Lagerbedingungen, Vorspannung 4-6
12	Standard Newton	0.33	Lagerbedingungen, Vorspannung 4-6
13	Standard Newton	0.33	Lagerbedingungen, Vorspannung 4-6
14	Standard Newton	0.1	Lagerbedingungen, Eigengewicht
15	Standard Newton	0.1	Lagerbedingungen, Eigengewicht
16	Standard Newton	0.1	Lagerbedingungen, Eigengewicht
17	Standard Newton	0.33	Lagerbedingungen, Vorspannung 7-10
18	Standard Newton	0.33	Lagerbedingungen, Vorspannung 7-10
19	Standard Newton	0.33	Lagerbedingungen, Vorspannung 7-10
20	Standard Newton	0.33	Lagerbedingungen, Gewicht Aufbau
21	Standard Newton	0.33	Lagerbedingungen, Gewicht Aufbau
22	Standard Newton	0.33	Lagerbedingungen, Gewicht Aufbau
23	Standard Newton	0.1	Lagerbedingungen, Verkehrslast
24	Standard Newton	0.1	Lagerbedingungen, Verkehrslast
25	Standard Newton	0.1	Lagerbedingungen, Verkehrslast
26	Standard Newton	0.1	Lagerbedingungen, Verkehrslast
27	Standard Newton	0.1	Lagerbedingungen, Verkehrslast
28	Standard Arc Length	0.05	Lagerbedingungen, Verkehrslast
29	Standard Arc Length	0.05	Lagerbedingungen, Verkehrslast
30	Standard Arc Length	0.05	Lagerbedingungen, Verkehrslast
31	Standard Arc Length	0.05	Lagerbedingungen, Verkehrslast
32	Standard Arc Length	0.05	Lagerbedingungen, Verkehrslast
33	Standard Arc Length	0.05	Lagerbedingungen, Verkehrslast
34	Standard Arc Length	0.05	Lagerbedingungen, Verkehrslast
35	Standard Arc Length	0.05	Lagerbedingungen, Verkehrslast
36	Standard Arc Length	0.05	Lagerbedingungen, Verkehrslast
37	Standard Arc Length	0.05	Lagerbedingungen, Verkehrslast
38	Standard Arc Length	0.05	Lagerbedingungen, Verkehrslast
39	Standard Arc Length	0.05	Lagerbedingungen, Verkehrslast
40	Standard Arc Length	0.05	Lagerbedingungen, Verkehrslast
41	Standard Arc Length	0.05	Lagerbedingungen, Verkehrslast
42	Standard Arc Length	0.05	Lagerbedingungen, Verkehrslast
43	Standard Arc Length	0.05	Lagerbedingungen, Verkehrslast
44	Standard Arc Length	0.05	Lagerbedingungen, Verkehrslast
45	Standard Arc Length	0.05	Lagerbedingungen, Verkehrslast

4.6 Stochastische Analyse

4.6.1 Zielsetzung

Ziel der stochastischen Analyse ist es die Sensibilität der modelltechnischen Unsicherheiten bezogen auf die Tragfähigkeit der Struktur zu eruieren. Zu den Unsicherheiten zählen jene, die die Geometrie des Modells betreffen, Lastunsicherheiten und Unsicherheiten der Eigenschaften bei den eingesetzten Materialien.

Mit Hilfe stochastischer Variation der Eingangsparameter soll eine Abhängigkeit des Strukturverhaltens von den dafür maßgebenden Materialeigenschaften gefunden werden. Dafür wurden bestimmte Materialeigenschaften mit Hilfe von Verteilungsfunktionen statistisch variiert Die so erstellten Modelle mit unterschiedlichen Parametern wurden neu berechnet um eine Sensibilitätsanalyse durchzuführen.

4.6.2 Durchführung der stochastischen Analyse

Tabelle 11 zeigt die gewählten stochastischen Modelle des Betons und deren Parameter.

Tabelle 11: Beton C60

Bezeichnung	Verteilung	Mittelwert	Std.	COV	Lit.
Elastizitätsmodul E [MPa]	Lognormal (2 par.)	39270	1964	0,05	[45]
Zugfestigkeit f_t [MPa]	Lognormal (2 par.)	3,68	0,29	0,08	[45]
Druckfestigkeit f_c [MPa]	Normal	51,00	3,06	0,06	[45]
Bruchenergie G_f [MN/m]	Weibull min (2 par.)	9,2E-05	1,7E-05	0,18	[45]

Tabelle 12 zeigt die Eigenschaften des stochastischen Modells des Bewehrungsstahls.

Tabelle 12: Bewehrungsstahl BST 500

Bezeichnung	Verteilung	Mittelwert	Std.	COV	Lit.
Elastizitätsmodul E [MPa]	Lognormal (2 par.)	210000	6300	0,03	[45]
Streckgrenze f_y [MPa]	Lognormal (2 par.)	440	22,00	0,05	[45]
Ratio r [1, #15]	Lognormal (2 par.)	variabel	var.	0,05	[45]

In Tabelle 13 sind die Parameter der stochastischen Modelle des Spannstahls dargestellt. Hierbei wurden die Eigenschaften des Querschnitts A variiert, der durch die Korrosion noch nicht in Mitleidenschaft gezogen worden ist und des Teilquerschnitts Ay, der mit einer verminderten Festigkeit im Modell dargestellt wird.

Tabelle 13: Spannstahl St 1570/1770

Bezeichnung	Verteilung	Mittelwert	Std.	COV	Lit
1. Analyse: Teilquerschnitt A mit unbeeinträchtigter Festigkeit					
Streckgrenze f_y ($R_{p0,2}$) [MPa]	Lognormal (2 par.)	1570	78,5	0,05	[45]
Zugfestigkeit f_t (R_m) [MPa]	Lognormal (2 par.)	1770	88,5	0,05	[45]
2. Analyse: Teilquerschnitt Ay mit abgeminderter Festigkeit					
Streckgrenze f_y ($R_{p0,2}$) [MPa]	Lognormal (2 par.)	1250	62,5	0,05	[45]
3. Analyse: Teilquerschnitt Ay mit abgeminderter Festigkeit					
Streckgrenze f_y ($R_{p0,2}$) [MPa]	Lognormal (2 par.)	1000	50,0	0,05	[45]
4. Analyse: Teilquerschnitt Ay mit abgeminderter Festigkeit					
Streckgrenze f_y ($R_{p0,2}$) [MPa]	Lognormal (2 par.)	800	40,0	0,05	[45]
5. Analyse: Teilquerschnitt Ay mit abgeminderter Festigkeit					
Streckgrenze f_y ($R_{p0,2}$) [MPa]	Lognormal (2 par.)	600	30,0	0,05	[45]

Neben den Verteilungen der zu untersuchenden Variablen sind die vorhandenen Korrelationen [45] vorzugeben. Die Korrellationen werden in Tabelle 14 dargestellt. Zwischen der Druckfestigkeit F_t, der Zugfestigkeit F_c und dem Elastizitätsmodul E wurden auf Grund der Zusammenhänge hohe Korrellationswerte gewählt. Die Bruchenergie G_f hat auf die Zusammenhänge keinen so großen Einfluß und wurde daher auch kleiner gewählt.

Tabelle 14: Korrelationsbeziehungen

	E	Ft	Fc	Gf
E	1	0.7	0.8	0.6
Ft	0.7	1	0.8	0.7
Fc	0.8	0.8	1	0.5
Gf	0.6	0.7	0.5	1

Als Berechnungsbasis wurde die 13. Simulation aus der 4. Simulationsreihe (siehe auch Tabelle 7) gewählt, da hier wie bereits in Abbildung 38 dargestellt die Festigkeit im Randbereich der Spannglieder wie auch das Querschnittsverhältnis vermindert wurde ($A=0{,}2 \cdot A_0$; $Ay/=0{,}8 \cdot A_0$; $fy=600$ N/mm²; $A_{ges}=1{,}0 \cdot A_0$)

Für die probabilistische Simulation wurden 30 Samples nach der LHC Methode (Latin Hypercube Sampling) erstellt. Nach der Berechnung dieser Simulationen ergaben sich die Verteilungen für die ausgewählten Ergebnisse wie die Spannung an der Balkenoberseite, die in Abbildung 44 dargestellt wird.
Für die Spannung an der Ober- und Unterseite (Abbildung 44 und Abbildung 45) ergab sich eine gleichmäßige Verteilung der Samples.

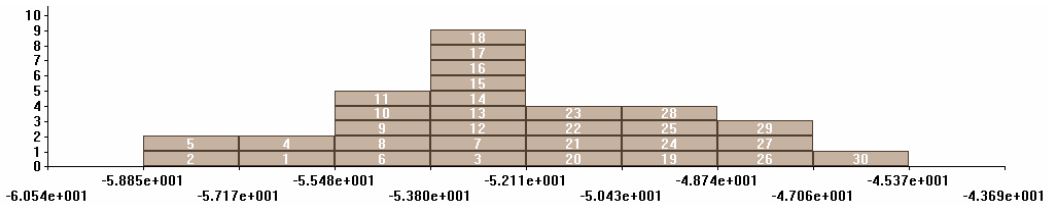


Abbildung 44: Verteilung der Samples - Spannungsverlauf an der Balkenoberseite bezogen auf die Querschnittsreduktion bei abnehmender Dehngrenze des Restquerschnittes im Korrosionsbereich - Simulation 13

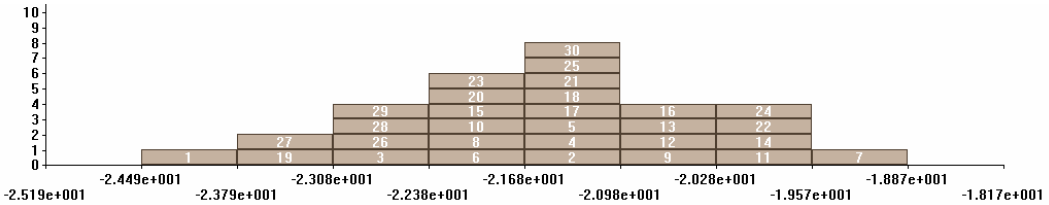


Abbildung 45: Verteilung der Samples - Spannungsverlauf an der Balkenunterseite bezogen auf die Querschnittsreduktion bei abnehmender Dehngrenze des Restquerschnittes im Korrosionsbereich - Simulation 13

Die Ergebnisse der Durchbiegung, die in Abbildung 46 gezeigt wird, ergeben eine multiple Verteilung, die Rissweiten, Abbildung 47, zeigen sich in einer linksschiefen Verteilung.

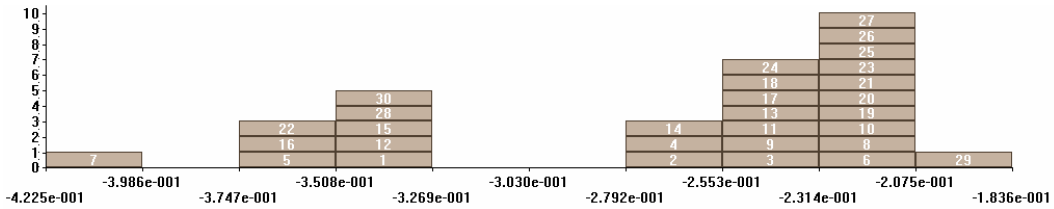


Abbildung 46: Verteilung der Samples - Durchbiegung des Balkens bezogen auf die Querschnittsreduktion bei abnehmender Dehngrenze des Restquerschnittes im Korrosionsbereich - Simulation 13

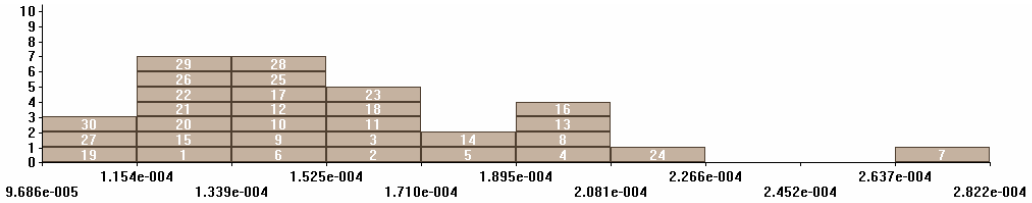


Abbildung 47: Verteilung der Samples - Rissweiten an der Balkenunterseite bezogen auf die Querschnittsreduktion bei abnehmender Dehngrenze des Restquerschnittes im Korrosionsbereich - Simulation 13

4.6.3 **Sensitivitätsanalyse**

Auf Basis dieser Simulationsergebnisse der Spannungen, der Rissweiten und der Durchbiegungen wurde anschließend eine Sensitivitätsanalyse durchgeführt, um die Einflüsse der einzelnen Materialparameter auf die Strukturantwort zu ermitteln.

Den größten Einfluss auf die Spannungen an der Balkenober- und Unterseite hat die Zugfestigkeit des Spannstahls der Querschnittsfläche A, der von der Korrosion nicht betroffen ist (siehe Abbildung 48 und Abbildung 49), gefolgt von den Eigenschaften der Bewehrung.

#	Name	+ sensi	— sensi	x -1
25	Bewehrung - Spannglieder.f y2	0.99911		
97	Bewehrung - schlaff.f S_y	0.26274		
57	S Reinf Head H.f E		-0.26007	
88	S Reinf d6 Ground V.f S_y	0.23871		
69	S Reinf d6 V.f E	0.21246		
45	S Reinf Mi H.f E		-0.20178	

#	Name	+ sensi
26	3m sig xxu	0.99911
50	9m sig xxu	0.99911
54	10m sig xxu	0.99911
11	Spannung MitteUnten1	0.99911
66	13m sig xxu	0.99911
18	1m sig xxu	0.99466

Abbildung 48: Sensitivitätsanalyse - Spannungsverlauf an der Balkenoberseite - Simulation 13

#	Name	+ sensi	— sensi	x -1
25	Bewehrung - Spannglieder.f y2	0.99911		
97	Bewehrung - schlaff.f S_y	0.26274		
57	S Reinf Head H.f E		-0.26007	
88	S Reinf d6 Ground V.f S_y	0.23871		
69	S Reinf d6 V.f E	0.21246		
45	S Reinf Mi H.f E		-0.20178	
48	S Reinf Top H.Ratio		-0.18265	

#	Name	+ sensi	— sensi
46	8m sig xxu		-0.0073415
12	Spannung MitteUnten2		-0.0073415
26	3m sig xxu		-0.0073415
50	9m sig xxu		-0.0073415
54	10m sig xxu		-0.0073415
11	Spannung MitteUnten1		-0.0073415
66	13m sig xxu		-0.0073415

Abbildung 49: Sensitivitätsanalyse - Spannungsverlauf an der Balkenunterseite - Simulation 13

Ein ähnliches Verhalten zeigt sich auch bei näherer Betrachtung der Durchbiegung und der Rissweiten. Auch hier hat die Zugfestigkeit des Spannstahls, wie in Abbildung 50 und Abbildung 51 dargestellt, die größten Auswirkungen auf die Strukturantwort, wieder gefolgt von den Eigenschaften der Bewehrung. Als maßgebend für die Strukturantwort zeigen sich hier auch die maximale Zug- und Druckspannung des Betons.

#	Name	+ sensi	— sensi	x -1
25	Bewehrung - Spannglieder.f y2		-0.50434	
54	S Reinf Head H.Ratio		-0.37397	
45	S Reinf Mi H.f E	0.35973		
3	C60.Ft		-0.35395	
4	C60.Fc		-0.34416	
39	S Reinf Gr H.f E		-0.34105	
1	C60.E		-0.33838	
48	S Reinf Top H.Ratio	0.33482		
72	S Reinf d10 Ground V.Ratio	0.30323		

#	Name	+ sensi	— sensi
10	Rissbreite MitteUnten2		-0.103
51	9m wr		-0.10256
2	Durchbiegung MitteOben2		-0.10256
1	Durchbiegung MitteOben1		-0.10167
7	Durchbiegung MitteUnten1		-0.10122
53	10m sig xxo	0.099444	
48	8m w		-0.093215
60	11m w		-0.089655
68	13m w		-0.08921

Abbildung 50: Sensitivitätsanalyse - Durchbiegung des Balkens - Simulation 13

#	Name	+ sensi	— sensi	x -1
25	Bewehrung - Spannglieder.f y2		-0.59021	
4	C60.Fc		-0.4772	
1	C60.E		-0.46741	
3	C60.Ft		-0.46652	
6	C60.Gf		-0.42469	
57	S Reinf Head H.f E	0.32369		

#	Name	+ sensi	— sensi
40	6m w		-0.085651
36	5m w		-0.085651
44	7m w		-0.085651
57	11m sig xxo	0.084316	
4	Spannung MitteOben2	0.083426	
67	13m wr	0.082981	

Abbildung 51: Sensitivitätsanalyse - Rissweiten an der Balkenunterseite - Simulation 13

Im Vergleich zur Zugfestigkeit des Spannstahls zeigt sich, dass die Festigkeit des Teilquerschnittes A_y, wie in Abbildung 52 dargestellt, einen weitaus geringeren Einfluss auf das Strukturverhalten hat. Da aber die Festigkeit bzw. die 0,2%-Dehngrenze des Spannstahl der Querschnittsfläche A_y, der durch die Korrosion in Mitleidenschaft gezogen worden ist, auf einer Annahme beruht, ist es einfacher diesen zu variieren um so die Auswirkungen auf das Ergebnis zu überprüfen.

Name	+ sensi	— sensi	x -1
S Reinf Gr H.Ratio	0.2832		
S Reinf Head V.Ratio		-0.26363	
S Reinf Mi H.f E	0.26229		
S Reinf d10 V.f E	0.23293		
S Reinf Mi H.f S_y	0.22937		
Bewehrung Spannglieder korrodiert.f y2		-0.22136	
S Reinf d8 Ground V.f S_y	0.21379		
Bewehrung - Spannglieder.f y3		-0.21023	

#	Name	+ sensi
15	Spannung LY1	0.58309
13	Spannung LX1	0.53815
14	Spannung LX2	0.52659
21	2m sig xxo	0.50478
17	1m sig xxo	0.49944
16	Spannung LY2	0.49277
54	10m sig xxu	0.48298
66	13m sig xxu	0.48298

Abbildung 52: Sensitivitätsanalyse Simulation 10 (A/A_0=0,8 A_y/A_0=0,2 f_y=600 MPa)

Die zu Beginn der Fallstudie getroffene Annahme, dass sich die Festigkeit und das Fließverhalten des Spannstahls am stärksten auf die Strukturantwort auswirkt, stellte sich hiermit als richtig heraus.

4.7 Beschreibung des deterministischen Simulationsablaufs

Wie bereits in Kapitel 4.3.4 beschrieben sollte aus der Vielzahl der angelegten Sensoren das Hauptaugenmerk auf die Monitoring Points 65-68 gelegt werden, welche die Horizontal-Spannung an der Brückenoberseite und an der Brückenunterseite, die Rissweiten und die Durchbiegung des Trägers aufzeigen. (Abbildung 35 und Abbildung 36).

In Abbildung 53 wird der deformierte Zustand des Trägers dargestellt.

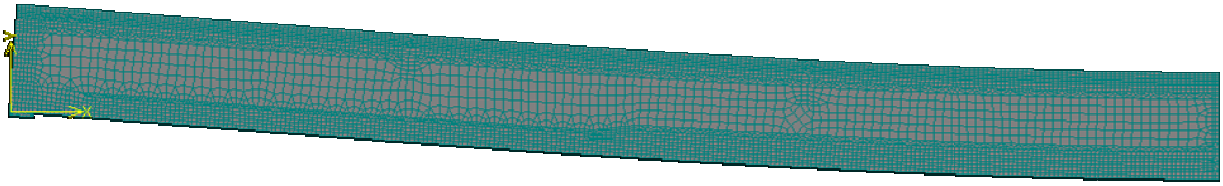


Abbildung 53: Deformierter Zustand 5-fach überhöht, $A/A_0=0{,}6 > f_y=1570$ MPa

Anhand des Spannungsverlaufes an der Ober- und Unterseite des Trägers und der Durchbiegungen und Rissweiten bezogen auf die Lastschritte lässt sich die Belastung durch die aufeinanderfolgen Lastfälle gut darstellen. Der Ablauf der Simulation wird anhand eines Beispiels dargestellt, welches noch nicht durch Korrosion beeinträchtigt ist ($A=1 \cdot A_0$).

- Lastschritt 1-3 bringen das Eigengewicht der Konstruktion auf, worauf der Träger an der Unterseite mit einer Zugspannung (Abbildung 55) und an der Oberseite mit einer Druckspannung (Abbildung 54) reagiert.
- Ab dem 4. Lastschritt werden die ersten Vorspannglieder beaufschlagt, wodurch sich ein Wendepunkt ergibt und an der Oberseite des Trägers eine Zugzone und an der Unterseite eine Druckzone entsteht.
- Bei Lastschritt 7-10 werden wieder 40% des Eigengewichtes aufgebracht, wodurch sich wieder eine Umkehr des Kurvenverlaufes zeigt: die Spannung an der Oberseite wechselt von Zug auf Druck, und die Druckspannung im unteren Bereich wird abgeschwächt.
- Ab dem 11. Lastschritt werden wieder vier Vorspannglieder beaufschlagt und die Kraft schrittweise bis zu 100% bei Lastschritt 13 erhöht. Die Folge ist ein Wendepunkt im Kurvenverlauf. Betragsmäßig wird bei Lastschritt 11-13 die größte Vorspannung aufgebracht, was auch an der Steigung sichtbar ist und in einem Hochpunkt der Kurve resultiert.

Anschließend wird das restliche Eigengewicht in die Rechnung einbezogen, was wiederum zu einer Umkehr des Spannungsverlaufs führt, bis bei 16. Punkt schließlich 100% erreicht sind. Vom Betrag her ist diese Spannung kleiner als die vorhin angeführte Vorspannkraft und führt daher nicht zu einem Wechsel von Zug zu Druck.

- Bei Lastschritt 17-19 werden die restlichen Stahlglieder gespannt. Die Kurve erhält den nächsten Knick, die Zugspannung wird daher an der Oberseite größer, und an der Unterseite bildet sich die größte Druckspannung aus. Bei Lastschritt 19 ist auf Grund der hohen Vorspannung ein Hochpunkt in der Durchbiegungskurve ersichtlich (Abbildung 56).
- Ab Lastschritt 20 wird das Gewicht des Aufbaus in die Berechnung aufgenommen. An der Oberseite der Brücke bildet sich eine Druckzone aus, an der Unterseite sinkt die durch die Vorspannung induzierte Druckspannung wieder. Der Aufbau macht aber mit -8,32 kN/m nur rund ein Drittel der Verkehrslast mit -21,38 kN aus, wodurch sich dieser Wechsel langsamer bemerkbar macht.
- Ab Lastschritt 23 wird schließlich die Verkehrslast in 10%-Schritten aufgebracht, was zu einem moderaten Anstieg der Druckspannung an der Oberseite (Abbildung 54) und zu einer Verminderung der Druckspannung an der Unterseite führt (Abbildung 55). Ab ca. 20% der Beaufschlagung mit dieser Last wird die durch die Vorspannung hervorgerufene Durchbiegung zur Gänze von der Verkehrslast überlagert und das Brückenfeld hängt durch (Abbildung 56)
- Ab Schritt 27 wird der Anstieg der Verkehrslast auf 5%-Schritte reduziert um genauere Daten für den Bereich des Versagens der Konstruktion zu erhalten. Daher wird ab diesem Punkt der Anstieg der Druckspannung im oberen Bereich kleiner. Bei 50% (LS 27) des Lastmodells macht sich auch ein Abfall der Zugspannung im unteren Bereich des Brückenfeldes bemerkbar. Bei genauerer Betrachtung der Diagramme ist aber festzustellen, dass genau in diesem Bereich die maximale Zugspannung des Betons C60 von 3,68 MPa überschritten wird und sich erste Ausfallserscheinungen der Struktur in Form von Rissen zeigen (Abbildung 57 - Lastschritt 27). Daher sinkt die Zugspannung des Betons ab diesem Bereich bis zu Schritt 37 auf ein Niveau von nahezu 0%.
- Lastschritt 35 (95% von Lastmodell 1) führt zu einem signifikanten Anstieg der Rissweiten, welche bei Schritt 36 ihr Maximum erreichen, da hier die maximale Druckspannung des Betons von 51 MPa (Abbildung 54) überschritten wird. Punkt 35 leitet somit den Ausfall der Struktur ein, und die Rissweiten sinken danach auf 0. Die Durchbiegung steigt bei weiterer Belastung. Die Normalspannung im oberen und unter Bereich des Brückenfeldes und die Rissweiten liefern keine schlüssigen Ergebnisse mehr.

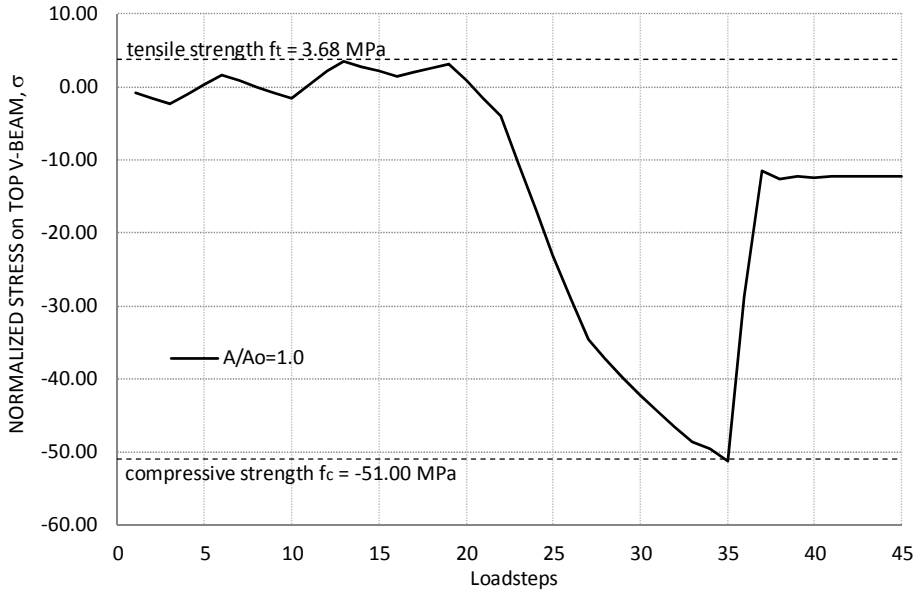


Abbildung 54: Spannungsverlauf an der Balkenoberseite bezogen auf die Lastschritte

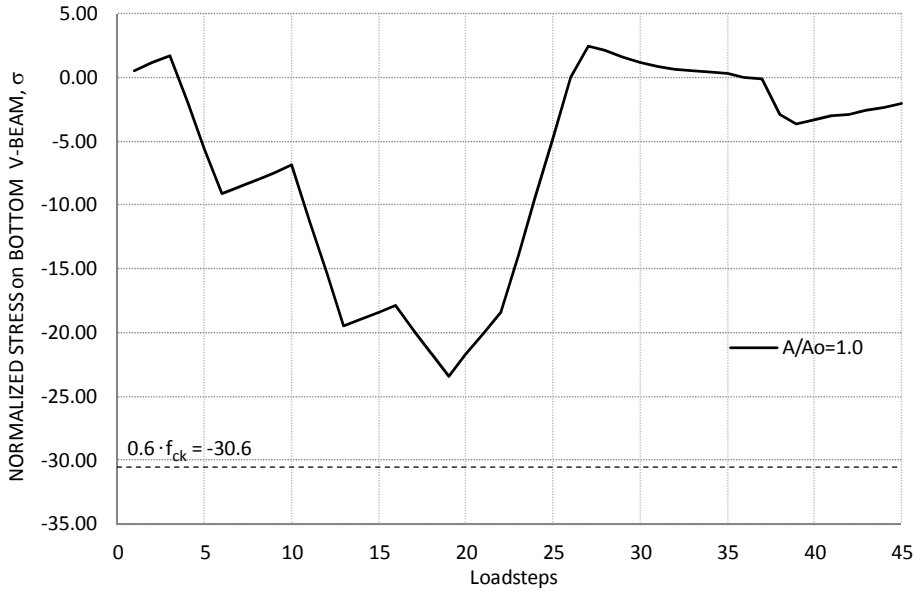


Abbildung 55: Spannungsverlauf an der Balkenunterseite bezogen auf die Lastschritte

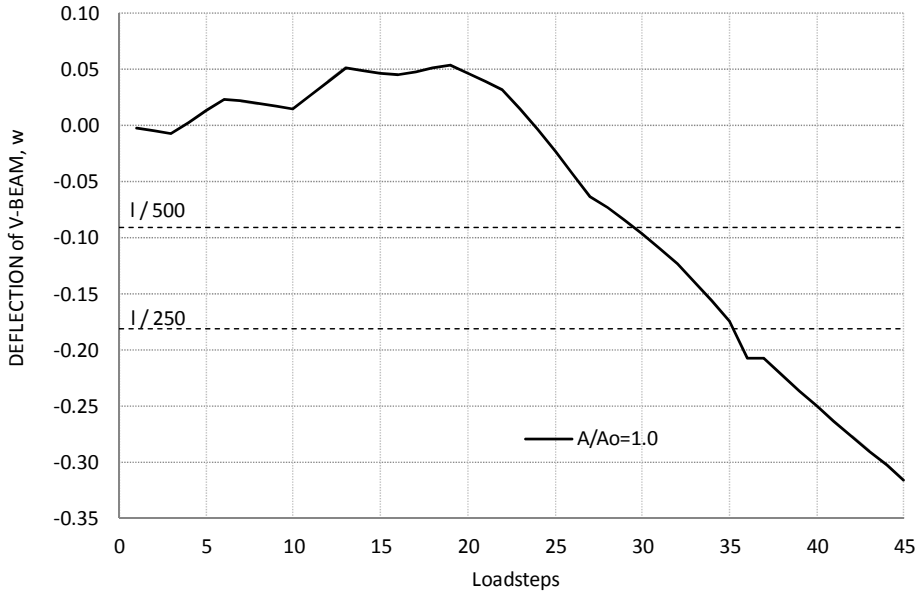


Abbildung 56: Durchbiegung berechnet auf der Balkenunterseite in Bezug auf die Lastschritte

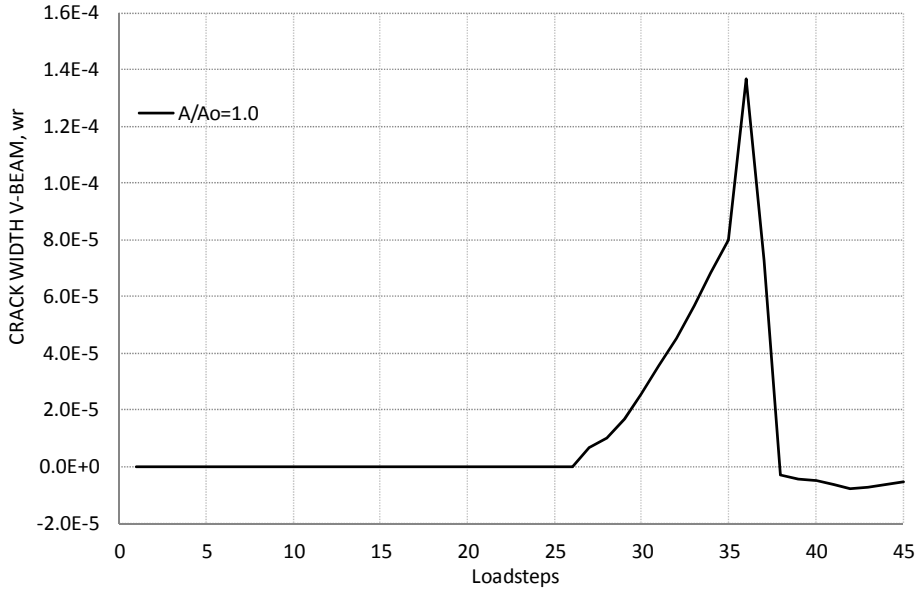


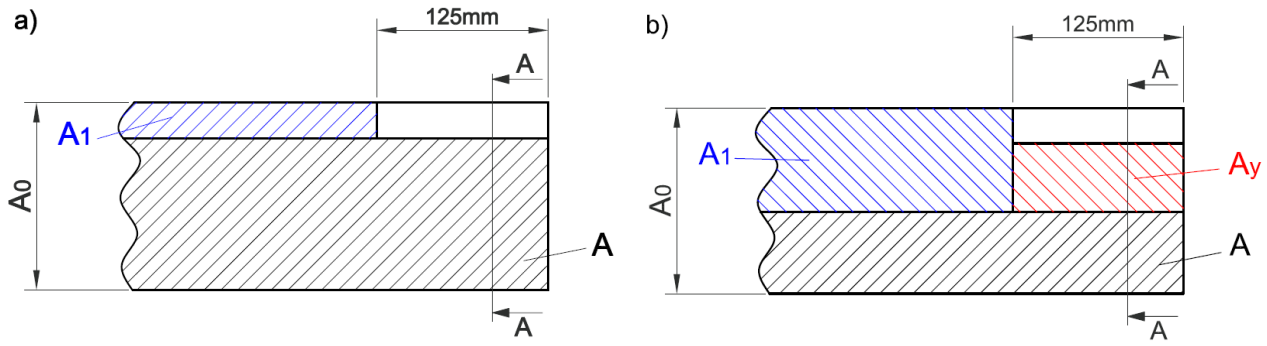
Abbildung 57: Rissweiten an der Balkenunterseite bezogen auf die Lastschritte

4.8 Deterministische Analyse

Um die Berechnungen und deren Auswertungen in Diagrammen besser darstellen zu können und auf Grund der Tatsache, dass manche Berechnungen bei Lastschritt 35 stoppen, werden sämtliche Vergleiche nur bis 95% der Belastung durch das Lastmodell durchgeführt. Vermutlich ist es dem Programm Atena 2D ab dieser Belastung bei manchen Simulationen nicht mehr möglich alle Gleichgewichtsbedingungen zu lösen, was auf ein anschließendes Versagen der Struktur schließen lässt.

4.8.1 Simulationsreihe 1 und 2

Wie schon in Tabelle 7, Kapitel 4.4 beschrieben, wurde bei der Simulationsreihe 1 (Abbildung 38a) nur der Querschnitt A der Spannglieder in Feldmitte im Korrosionsbereich vermindert. Bei der Simulationreihe 2 (Abbildung 38b) wurde zudem noch der Teilquerschnitt A_y der Spannlitzen im korrodierten Bereich mit einer abgeminderten Festigkeit angenommen.



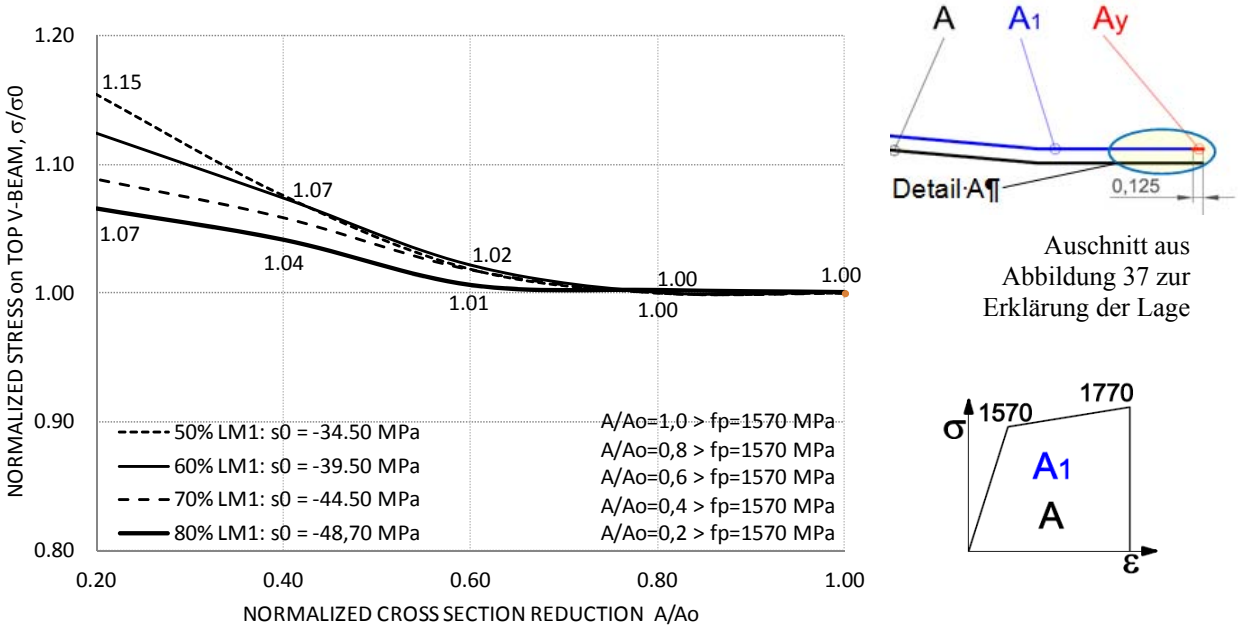
Ausschnitt aus Abbildung 38a
Simulationsreihe 1

Ausschnitt aus Abbildung 38b
Simulationsreihe 2

Die folgenden Diagramme zeigen nur Verhältniswerte. Diese relativen Werte sollen einen anschaulichen Vergleich ermöglichen. Dabei wird die Spannungsänderung $\sigma/\sigma 0$ auf die Querschnittsreduktion A/A0 bezogen.

Abbildung 58 zeigt die Normalspannungen an der Balkenoberseite für die Simulationsreihe 1 für eine Belastung von 50-80% des Lastmodells 1 (siehe Kapitel 4.5). Eine geringe Querschnittsreduktion A/A_0=0,8 zeigt keine Auswirkung auf den Spannungsverlauf im Tragwerk. Bei einer Querschnittsreduktion von A/A_0=0,6 zeigt sich der erste Anstieg bei der Spannung. Bei höheren Belastungen über 80% von LM1 würde der Effekt des Spannungsanstiegs bei abnehmendem Querschnitt besser zur Geltung kommen. Dies entfällt aber auf Grund von fehlenden Vergleichsgrundlagen, da die Ergebnisse von höheren Belastungen nicht von allen Simulationen bekannt sind.

Abbildung 59 stellt den Verlauf der Normalspannungen der Simulationsreihe 2 an der Balkenunterseite bezogen auf die Querschnittsreduktion dar. Bei den dargestellten Abläufen wurde neben der Querschnittsreduktion auch die Dehngrenze im Teilquerschnitt Ay variiert. Es zeigt sich ein ähnlicher Spannungsverlauf wie bei Abbildung 58: es ist nahezu keine Auswirkung der teilweise verminderten Festigkeit von Ay sichtbar.



Auschnitt aus Abbildung 37 zur Erklärung der Lage

Abbildung 58: Spannungsverlauf an der Balkenoberseite bezogen auf die Querschnittsreduktion

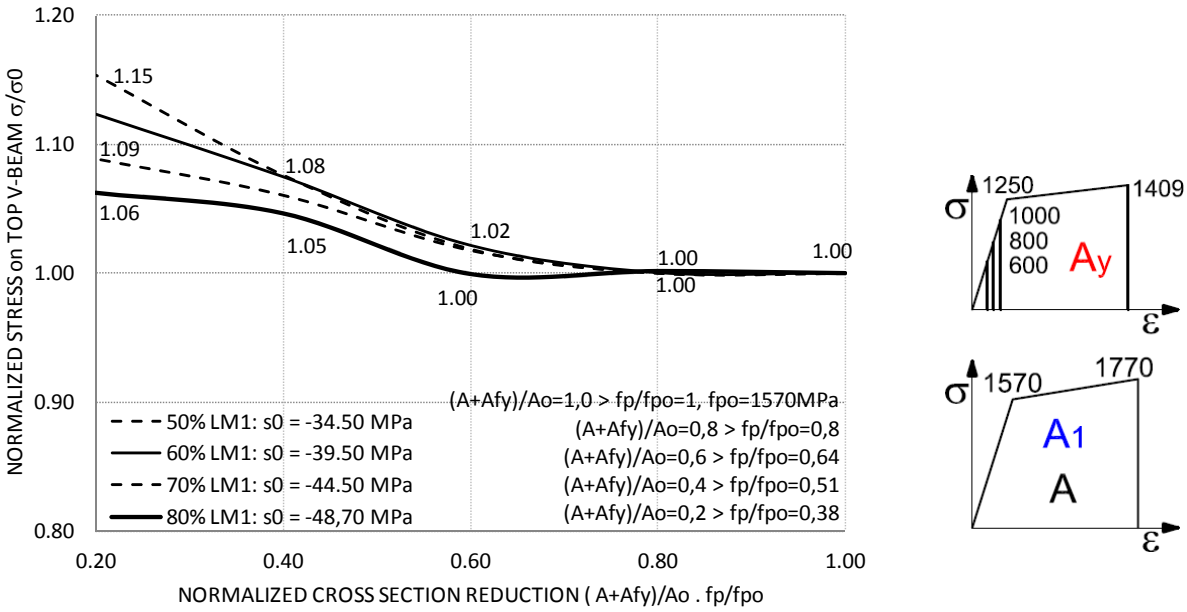


Abbildung 59: Spannungsverlauf an der Balkenoberseite bezogen auf die Querschnittsreduktion bei abnehmender Dehngrenze des Restquerschnittes im Korrosionsbereich

Abbildung 60 und Abbildung 61 zeigen den Spannungsverlauf an der Balkenunterseite. Es wird hier wieder der Spannungsverlauf bei Querschnittsreduktion dargestellt. Ab einer Querschnittsreduktion A/A_0=0,8 ist ein deutlicher linearer Abwärtstrend des Spannungsverlaufs erkennbar; die Spannung sinkt auf ein Niveau von ca. 30% der Ausgangsspannung $\sigma 0$. Der Unterschied von Abbildung 60 zu Abbildung 61, welche zusätzlich eine reduzierte Festigkeit im Randbereich der Spannglieder berücksichtigt, ist sehr gering und erst ab einer Querschnittsabnahme A/A_0=0,2 zu bemerken. Bei der größten im Vergleich angeführten Belastung von 80% von LM1 beträgt der Unterschied der Spannungen 4%.

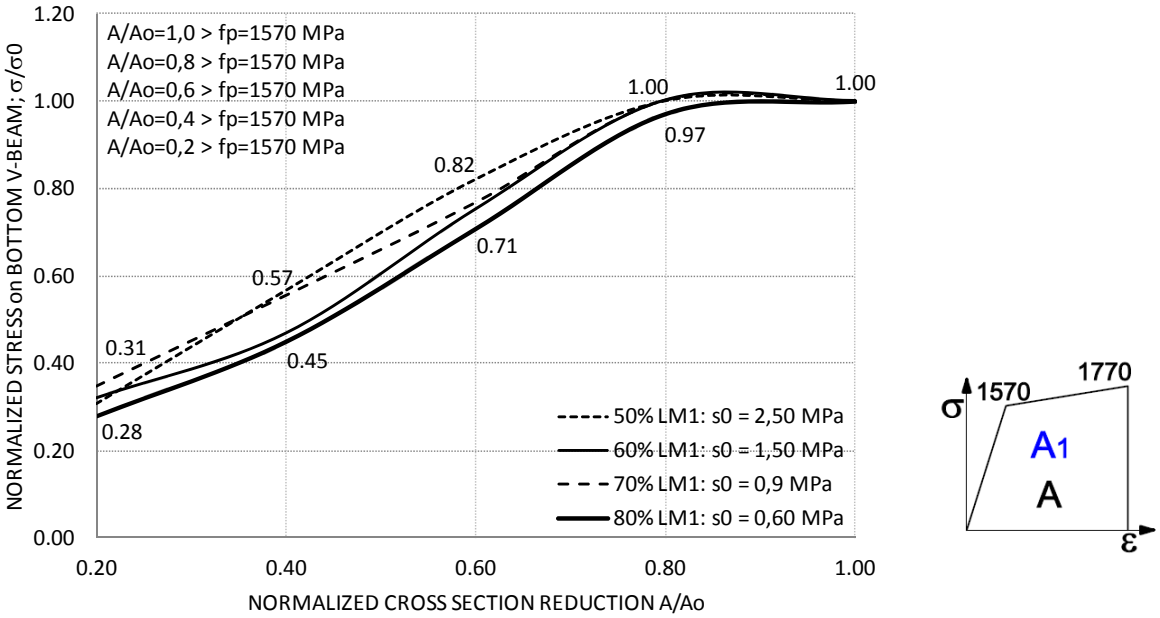


Abbildung 60: Spannungsverlauf an der Balkenunterseite bezogen auf die Querschnittsreduktion

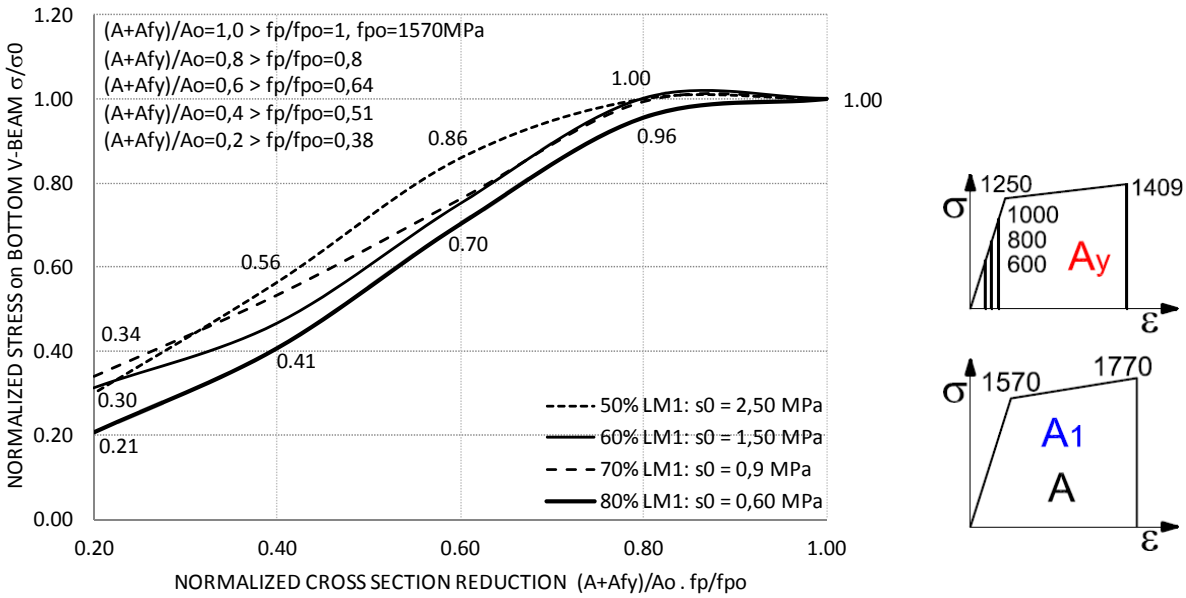


Abbildung 61: Spannungsverlauf an der Balkenunterseite bezogen auf die Querschnittsreduktion bei abnehmender Dehngrenze des uerschnittes im Korrosionsbereich

Abbildung 62 und Abbildung 63 stellen die Durchbiegung der Brücke in Feldmitte bei einer Querschnittsreduktion A/A_0 der Spannglieder und unter verschiedenen Belastungsstufen (50-80% von LM1) dar, wobei bei Abbildung 63 zusätzlich zur Querschnittsreduktion der Teilquerschnitt Ay mit verminderter Festigkeit berücksichtigt worden ist. Bei Verminderung des Querschnitts der Spannglieder in der Symmetrieebene der Brücke steigt die Durchbiegung um bis zu 40% an, jedoch ist hier der Unterschied zwischen den verschiedenen Belastungsstufen sehr gering. Auch hier zeigt Abbildung 65 wieder zusätzlich die Auswirkung einer verminderten Festigkeit der Spannglieder im Randbereich. Die abgeminderte Dehngrenze hat offensichtlich jedoch nur eine sehr geringe Auswirkung auf die Durchbiegung.

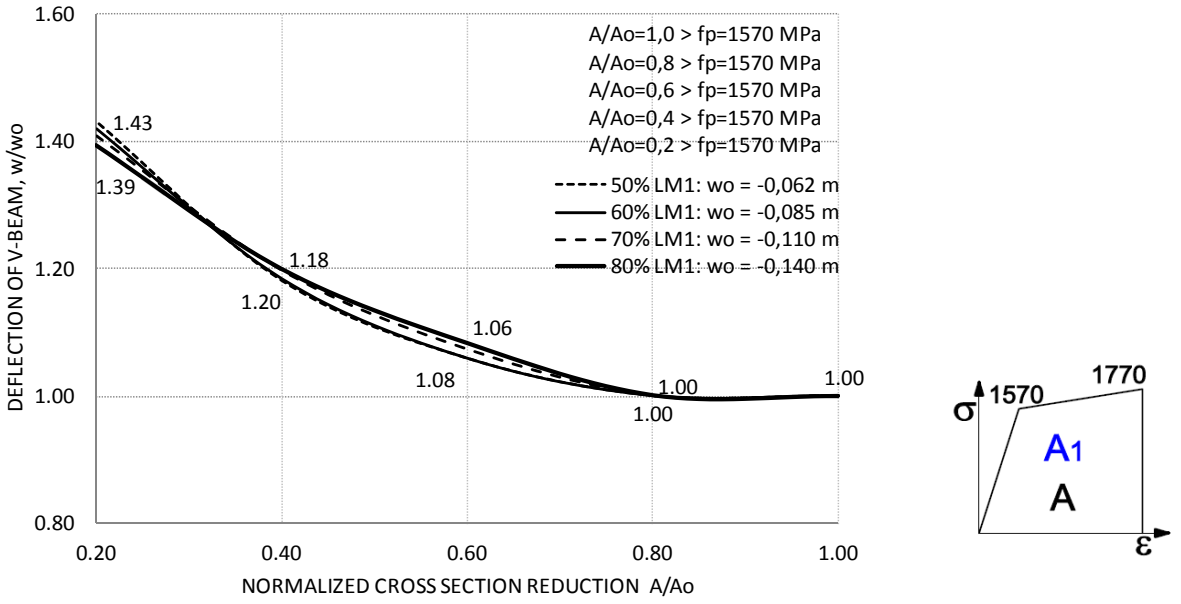


Abbildung 62: Durchbiegung des Balkens bezogen auf die Querschnittsreduktion

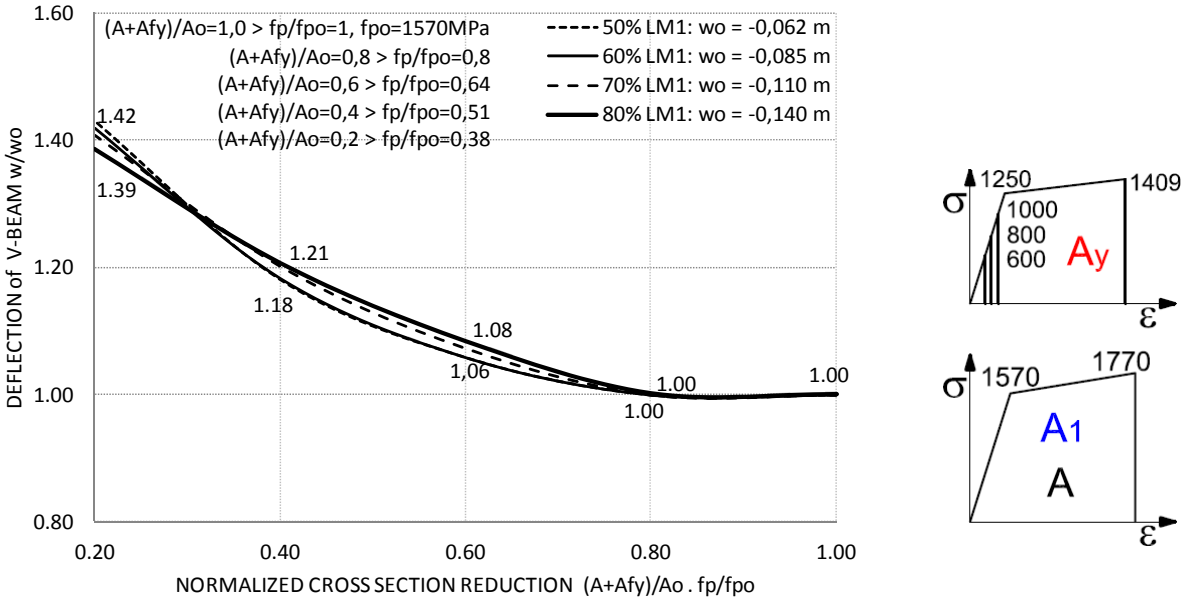


Abbildung 63: Durchbiegung des Balkens bezogen auf die Querschnittsreduktion bei abnehmender Dehngrenze des Restquerschnittes im Korrosionsbereich

Die Rissweiten werden in Abbildung 64 gezeigt. Der Anstieg der Rissweiten wurde auf die Querschnittsreduktion bezogen und mit verschiedenen Belastungsstufen von 50-80% von LM1 in den Diagrammen dargestellt. Bei einer Reduktion von A/A_0=0,2 lässt sich ein Anstieg der Rissweiten um 15% erkennen. In Abbildung 65 wurde wieder ein schwächeres Materialmodell für den Teilquerschnitt Ay, der den von der Korrosion geschwächten Teil des Spannstahls darstellt, gewählt. Im Unterschied zu Abbildung 64 zeigt sich hier ein markanter Anstieg der Rissweiten. Dieser Anstieg der Rissweiten bei Erhöhung der Belastung weist bei Berücksichtigung der Querschnittsreduktion A/A_0 einen ausgeprägten exponentiellen Verlauf auf.

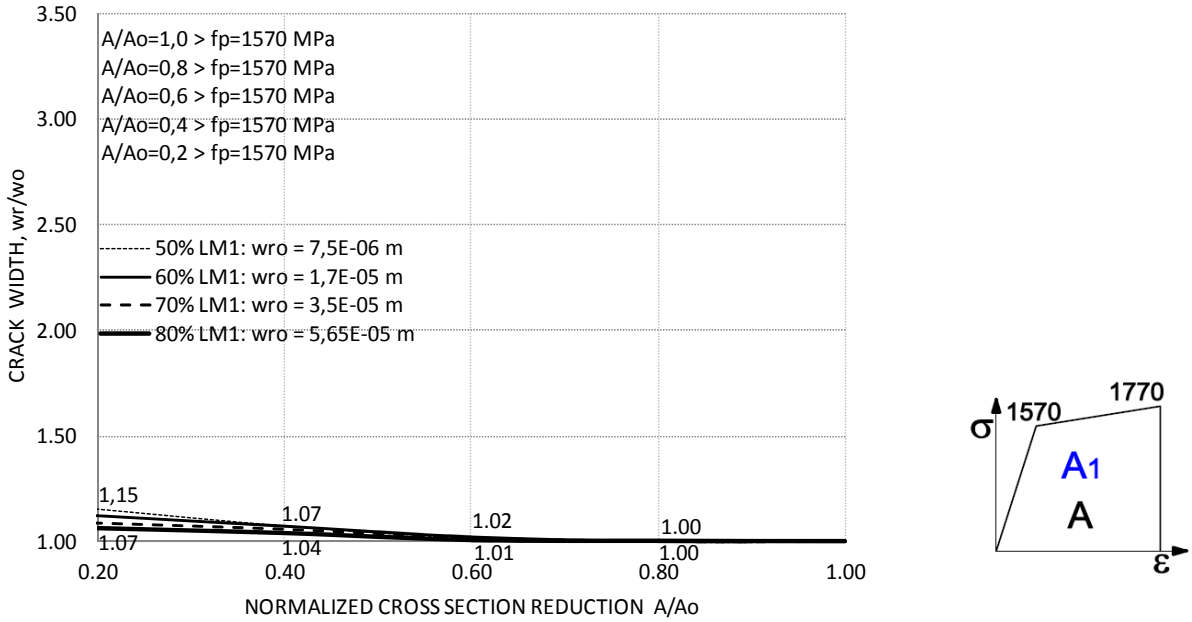


Abbildung 64: Rissweiten an der Balkenunterseite bezogen auf die Querschnittsreduktion

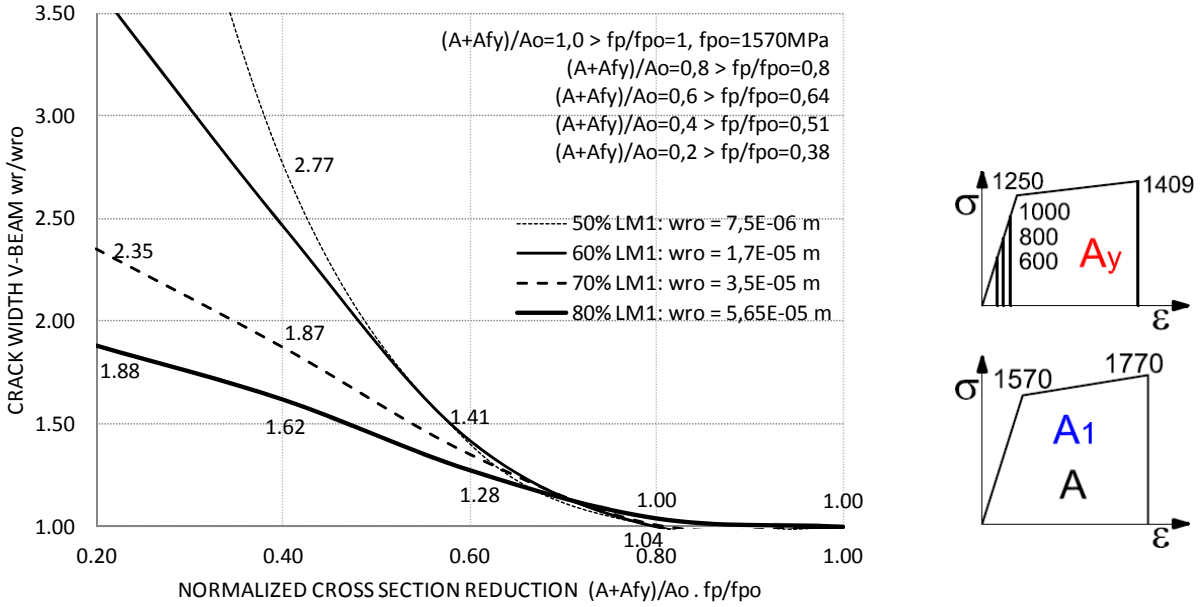


Abbildung 65: Rissweiten an der Balkenunterseite bezogen auf die Querschnittsreduktion bei abnehmender Dehngrenze des Restquerschnittes im Korrosionsbereich

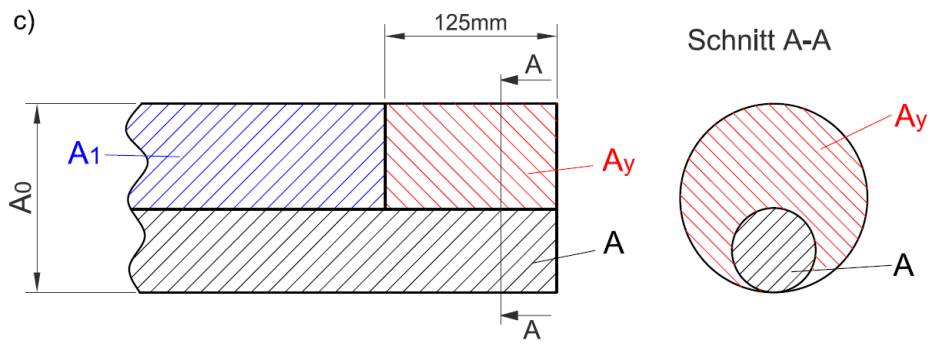
Résumé aus den Simulationsreihen 1 und 2:

Simulationsreihe 1 zeigt deutlich die Auswirkungen einer Querschnittsreduktion auf die Strukturanwort, wenn auch mit geringeren Unterschieden als ursprünglich erwartet. Die Ergebnisse differieren nur gering. Das gilt nicht für die Rissweiten, wo sich die Änderung der Strukturantwort erfahrungsgemäß zuerst bemerkbar macht. Mögliche Ursachen werden in Kapitel 4.8.4 näher betrachtet. Um die Folgen der Korrosion noch stärker und wirklichkeitsgetreu darstellen zu können wurde die Simulationsreihe 2 erstellt.

Es erwies sich als schwierig, Simulationensreihe 2 mit Simulationsreihe 1 zu vergleichen, da der Gesamtquerschnitt eines Spanngliedes in der Symmetrieebene der Brücke nicht im selben Verhältnis reduziert wird. Die Wahl der Simulationsreihe 2 erwies sich auf Grund des Verhältnisses der Gesamtquerschnittsreduktion A_{ges}/A_0, welches nicht mit den anderen Reihen übereinstimmt, als unpassend. Aus diesem Grund konnte nicht genau eruiert werden, ob die Unterschiede in den Spannungsverläufen zwischen den zwei Simulationsreihen wegen der Querschnittsreduktion A/A_0 oder wegen der abgeminderten Dehngrenze im Teilquerschnitt Ay auftraten. Deswegen wurde die Simulationsreihe 3 formuliert. Sie sollte bessere Aufschlüsse über die Variation der Festigkeitsparameter im Randbereich der Spannglieder zeigen.

4.8.2 **Simulationsreihe 3**

Mit der nächsten Simulationsreihe - Simulationen 10-13 wie in Tabelle 7 näher erläutert - sollte die verminderte Tragfähigkeit der Struktur bei abnehmender Streckgrenze f_y ($R_{p0,2}$) und gleichbleibendem Querschnitt der Spannglieder wie im Auschnitt aus Abbildung 38b aufgezeigt werden. Zwischen den einzelnen Simulationen wurde der Querschnitt A schrittweise reduziert. Um zu gewährleisten, dass der Gesamtquerschnitt gleich bleibt musste der Querschnitt Ay im selben Ausmaß vergrößert werden.



Ausschnitt aus Abbildung 38c

Da die Querschnittsfläche hier gleichbleiben sollte, war von geringeren Auswirkungen auf die Berechnungsergebnisse auszugehen. Um dem entgegenzuwirken wurde die Restfestigkeit der Spannglieder im Randbereich zur Simulation der Korrosion auf $R_{p0,2} = 600MPa$ vermindert. Es sollten daher in den Ergebnissen einerseits der Effekt des kleineren unbeeinträchtigen Restdurchmessers A des nicht von der Korrosion betroffenen Materials zu beobachten sein, auf der anderen Seite die abgeminderte Festigkeit fy im Randbereich der Litzen des Teilquerschnittes Ay.

Zum Vergleich wurden alle Ergebnisse auf die Lastschritte bezogen und anschließend in den folgenden Diagrammen dargestellt.

In Abbildung 66 wird der Verlauf der Normalspannungen an der Trägeroberseite bezogen auf die Lastschritte dargestellt. Es ist ein deutlich abgestufter Verlauf zwischen den vier unterschiedlichen Modellen erkennbar, wenn auch nur mit geringen Differenzen. Die Unterschiede in den Spannungsverläufen werden ab dem 27. Lastschritt am deutlichsten sichtbar.

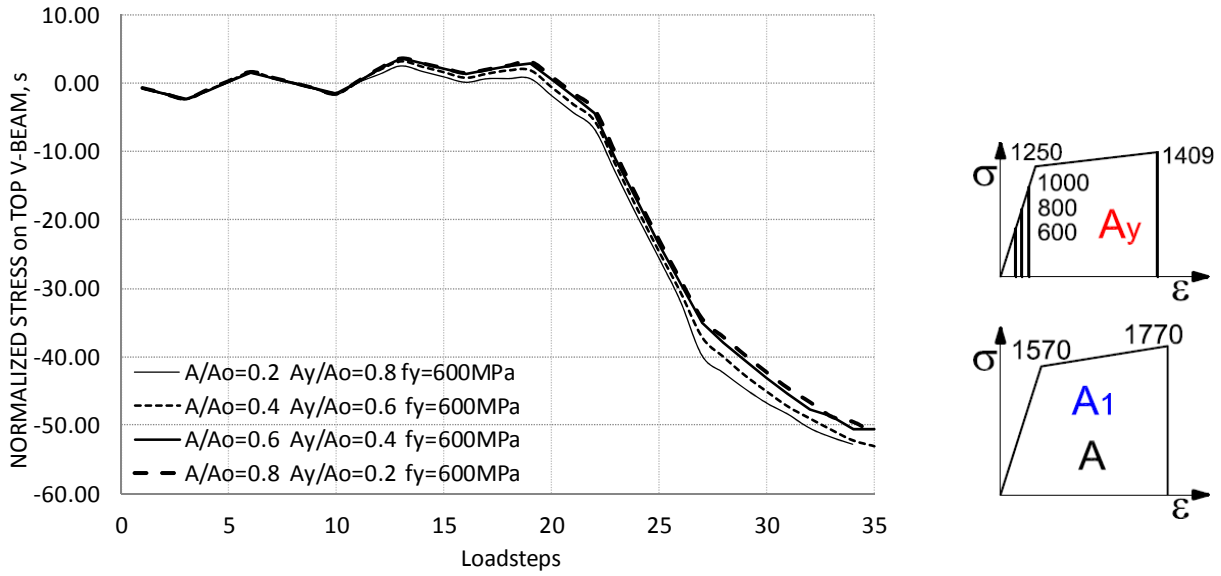


Abbildung 66: Normalspannungen an der Trägeroberseite in Bezug zu den Lastschritten

In Abbildung 67 wurden die Normalspannungen an der Trägerunterseite im Verhältnis zu den Lastschritten aufgebracht. Die Unterschiede im Spannungsverlauf der verschiedenen Simulationen zeigen sich hier schon deutlicher, besonders beim Spannungsmaximum im Bereich von Lastschritt 19.

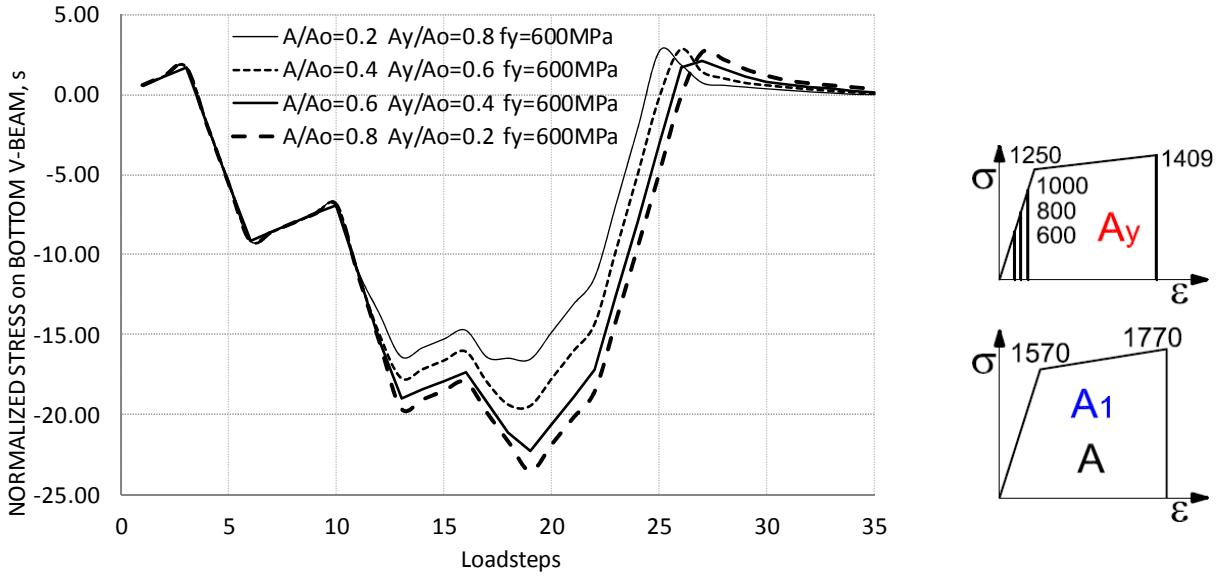


Abbildung 67: Normalspannungen an der Trägerunterseite in Bezug zu den Lastschritten

Bei der Darstellung der Biegung in Abbildung 68 lässt sich der steigende Unterschied der einzelnen Simulationen unter zunehmender Belastung gut ablesen. Der größte Anstieg der Durchbiegung wird beim Querschnittsverhältnis A/A0=0.2 deutlich. Es ist davon auszugehen, dass die Auswirkungen der Querschnittsreduktion bei höheren Belastungen noch zunehmen würden.

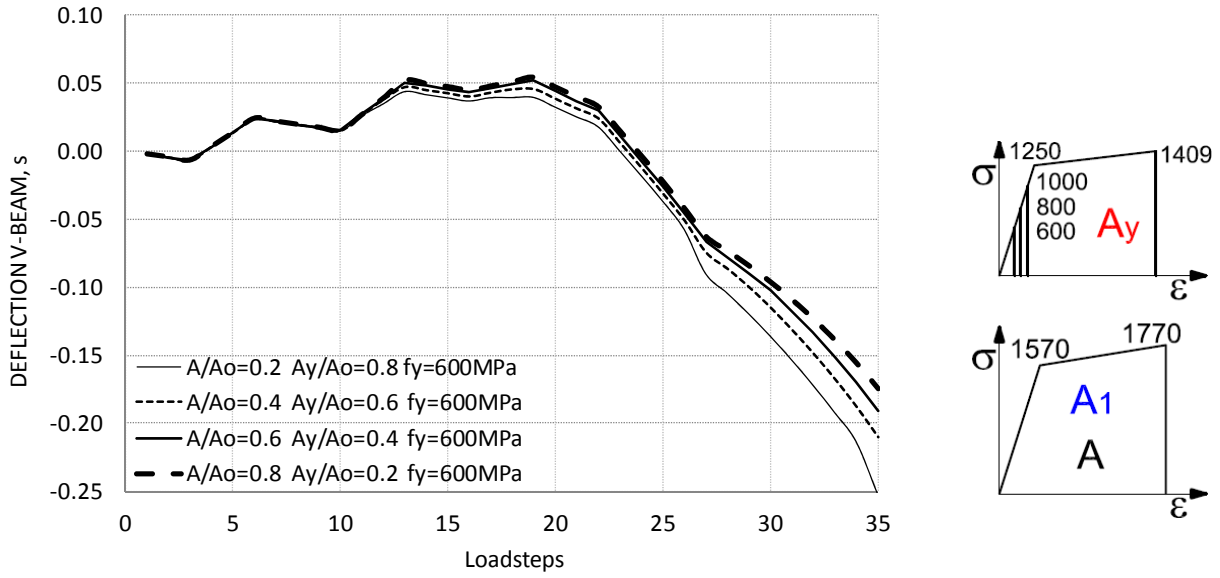


Abbildung 68: Durchbiegung des Trägers in Bezug zu den Lastschritten

In Abbildung 69 sind die Rissweiten, welche an der Trägerunterseite in der Symmetrieebene der Brücke betrachtet werden, dargestellt. Wie auch schon bei den Simulationsreihen 1 und 2 wird die Querschnittsreduktion bei der Darstellung der Rissweiten am ehesten sichtbar.

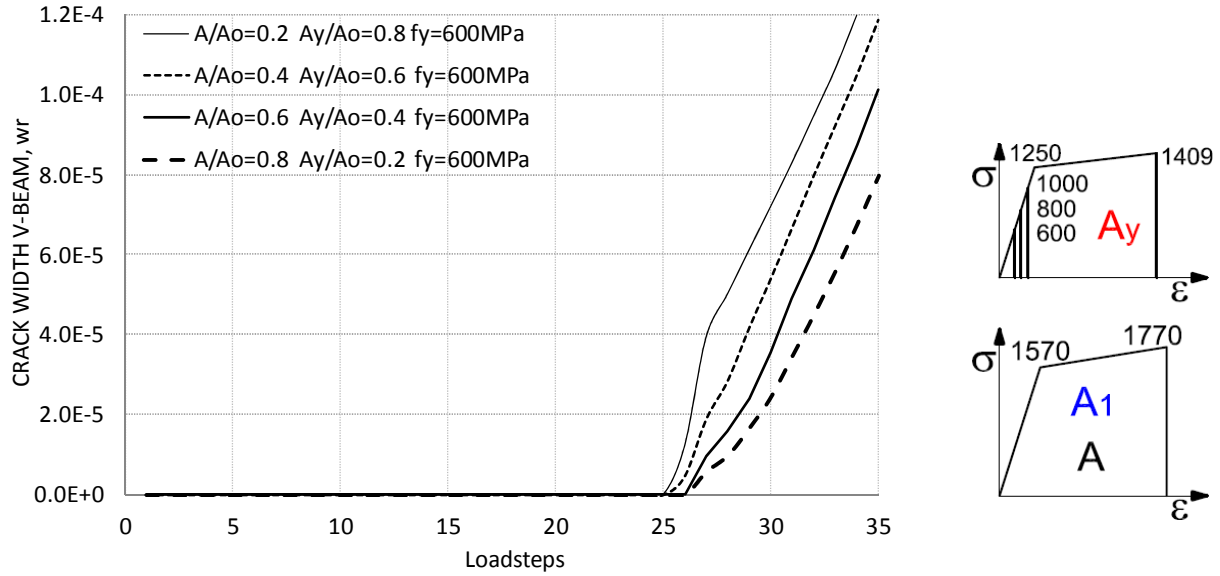
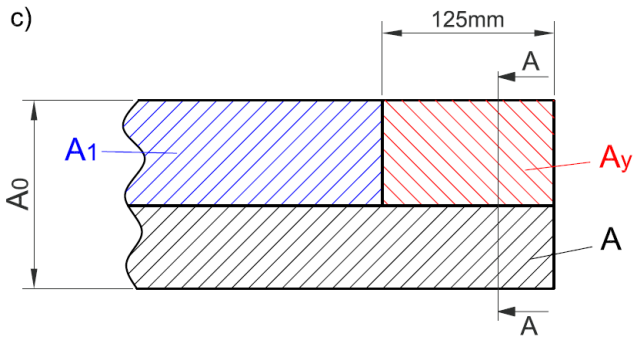


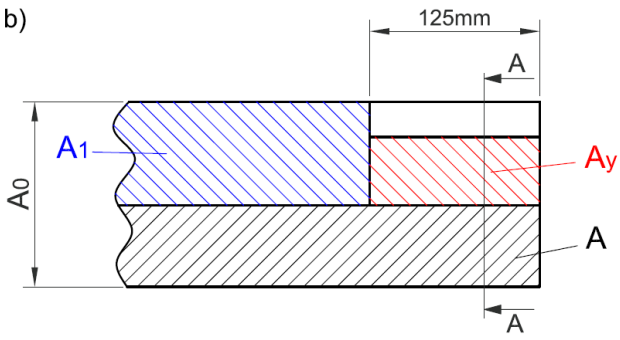
Abbildung 69: Rissweiten an der Trägerunterseite in Bezug zu den Lastschritten

4.8.3 Simulationsreihen 3 und 4 im Vergleich

Abbildung 70 bis **Abbildung** 77 zeigen die schon beschriebenen Modelle der Simulationsreihe 3 mit abgeminderter Festigkeit im Randbereich der Litzen bezogen auf den Lastfaktor α (Abbildung 38c). Zusätzlich zeigen die folgenden Diagramme die Simulationen 14 und 15 aus der Simulationsreihe 4. Hierbei wurde der Querschnitt der Spannglieder A/A_0, wie auch zusätzlich der Querschnitt A_y in der Mitte des Brückenfeldes auf einer Länge von 125 mm reduziert. Somit ist der Gesamtquerschnitt in der Symmetrieebene kleiner als der Ausgangsquerschnitt $A_{ges}<A_0$. Die Festigkeit der Litzen im Randbereich wurde vermindert und mit einer 0,2%-Dehngrenze $R_{p0,2}$ = 600 N/mm² angenommen (siehe Auszug aus Tabelle 7). Die 4. Simulationsreihe soll daher einen weiteren Abbau der Spanngliedquerschnittes durch die Korrosion nachahmen und ist als Fortsetzung der 3. Simulationsfolge zu sehen. Nachdem der Gesamtquerschnitt in Feldmitte neurlich vermindert wurde, ist von einer Abnahme der Tragfähigkeit der Struktur auszugehen.



Ausschnitt aus Abbildung 38c
Simulationsreihe 3



Ausschnitt aus Abbildung 38b
Simulationsreihe 4

Auszug aus Tabelle 7:

	A	A_y	f_y (≙$R_{p0,2}$) von A_y	A_{ges}
Simulationsreihe 3 (siehe auch Ausschnitt aus Abbildung 38c)				
10.	$0{,}8 \cdot A_0$	$0{,}2 \cdot A_0$	600 N/mm²	$1{,}0 \cdot A_0$
11.	$0{,}6 \cdot A_0$	$0{,}4 \cdot A_0$	600 N/mm²	$1{,}0 \cdot A_0$
12.	$0{,}4 \cdot A_0$	$0{,}6 \cdot A_0$	600 N/mm²	$1{,}0 \cdot A_0$
13.	$0{,}2 \cdot A_0$	$0{,}8 \cdot A_0$	600 N/mm²	$1{,}0 \cdot A_0$
Simulationsreihe 4 (siehe auch Ausschnitt aus Abbildung 38b)				
14.	$0{,}2 \cdot A_0$	$0{,}6 \cdot A_0$	600 N/mm²	$0{,}8 \cdot A_0$
15.	$0{,}2 \cdot A_0$	$0{,}4 \cdot A_0$	600 N/mm²	$0{,}6 \cdot A_0$

Abbildung 70 zeigt den Verlauf der Normalspannungen der 3. Simulationsfolge bezogen auf den Lastfaktor α an der Trägeroberseite. Es sind zwar Abstufungen der verschiedenen Kurven sichtbar, jedoch ist die Differenz sehr gering.

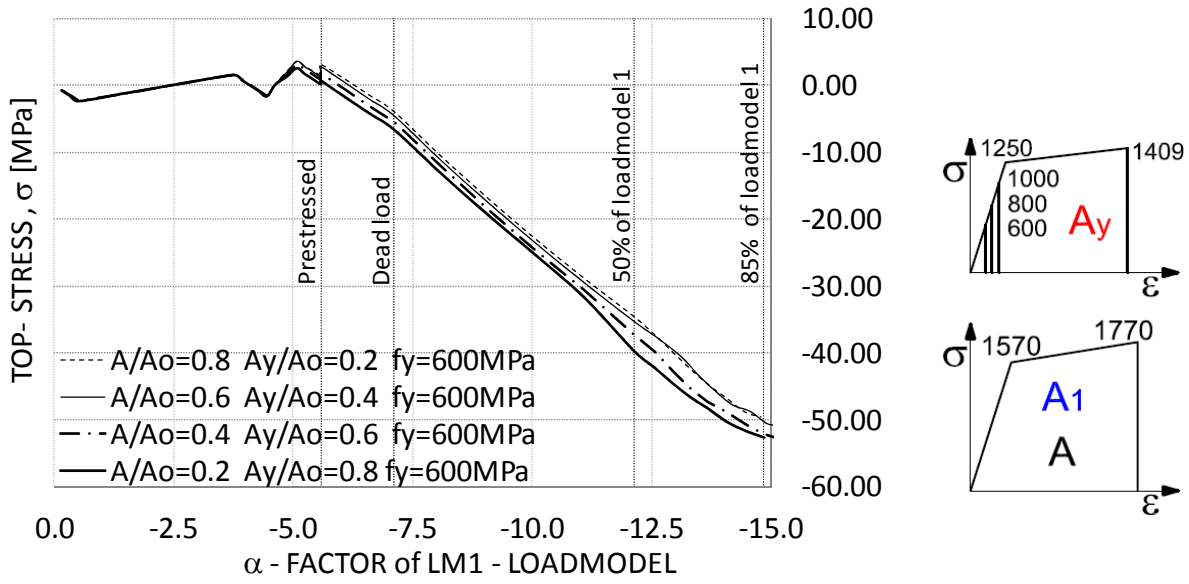


Abbildung 70: Reihe 3 - Normalspannungen an der Trägeroberseite in Bezug zum Lastfaktor

Abbildung 71 zeigt wieder den Verlauf der Normalspannung in Bezug zum Lastfaktor α. Als Datengrundlage dient hier die Simulationsreihe 4. Es zeigt sich, dass eine weitere Reduktion des Querschnittes Ay keine Auswirkung auf die Strukturantwort hat und der Kurvenverlauf ident bleibt.

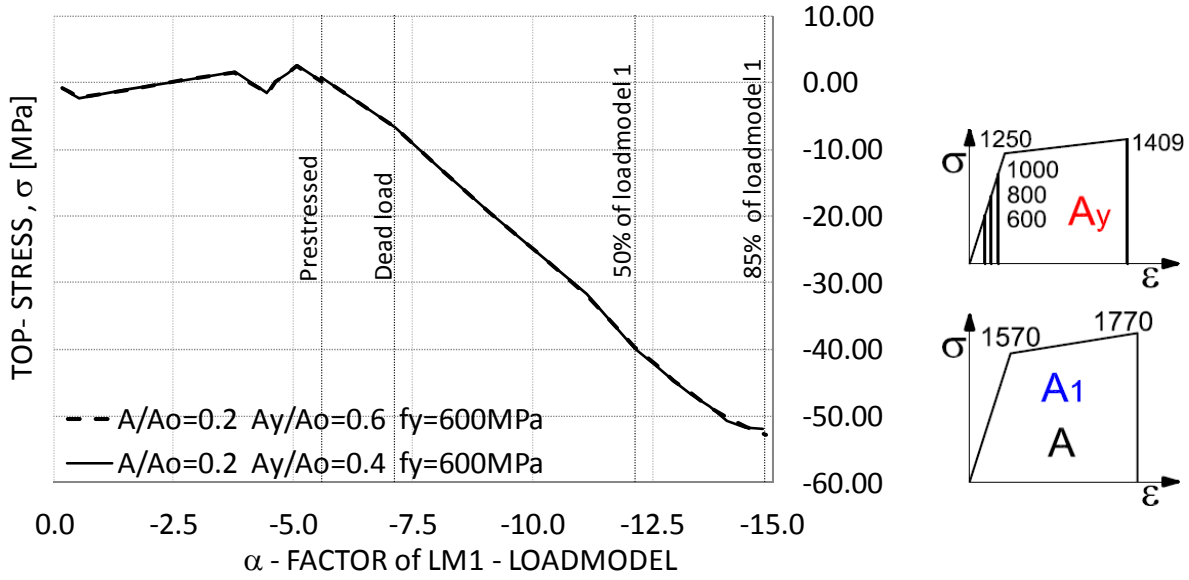


Abbildung 71: Reihe 4 - Normalspannungen an der Trägeroberseite in Bezug zum Lastfaktor

Abbildung 72 zeigt die Normalspannung an der Trägerunterseite der Simulationsreihe 3. Die Unterschiede der Kurvenverläufe der unterschiedlichen Simulationen sind im Bereich der maximal auftretenden Spannungen am stärksten ausgeprägt.

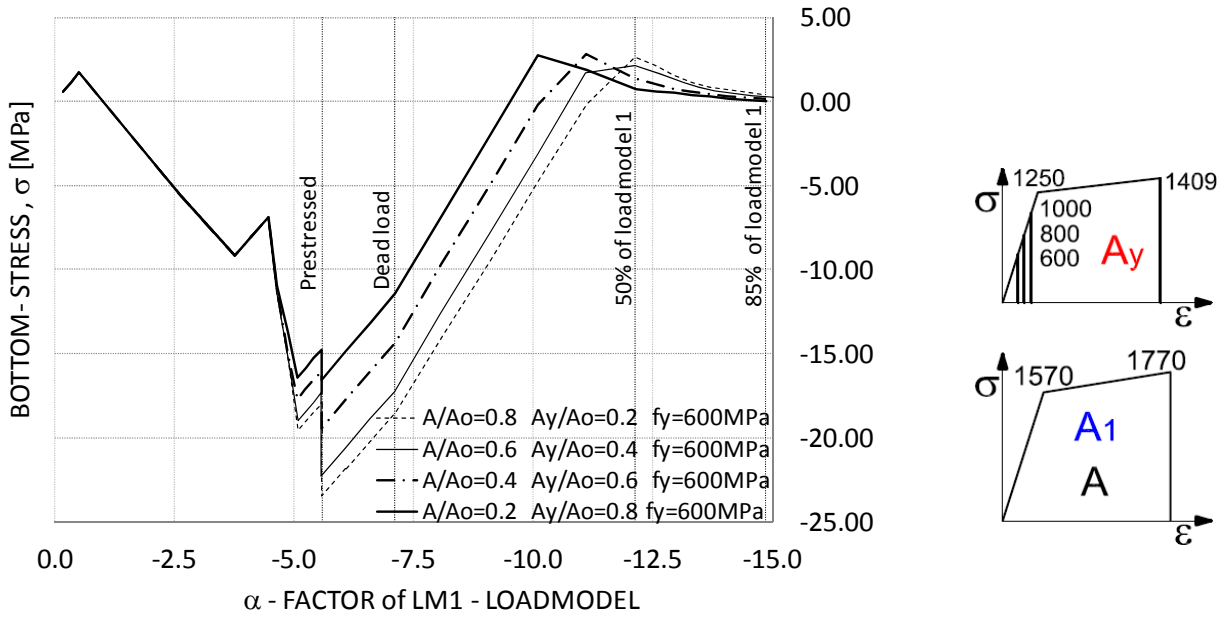


Abbildung 72: Reihe 3 - Normalspannungen an der Trägerunterseite in Bezug zum Lastfaktor

In Abbildung 73 werden die Normalspannungen an der Trägerunterseite dargestellt. Beide dargestellten Kurven verweisen den gleichen Verlauf.

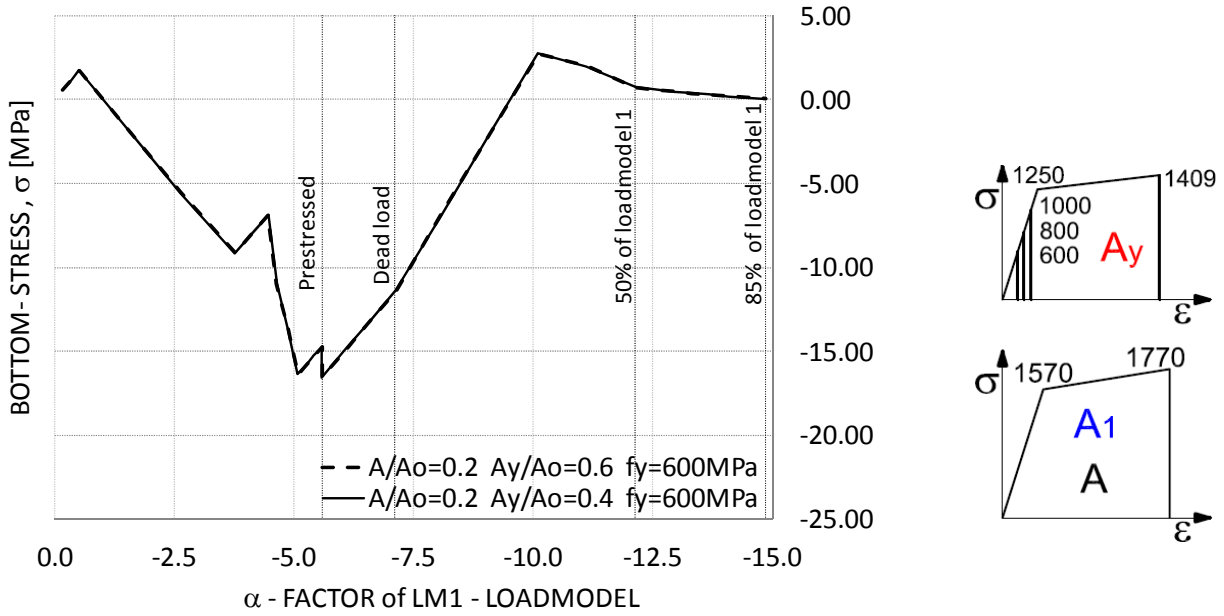


Abbildung 73: Reihe 4 - Normalspannungen an der Trägerunterseite in Bezug zum Lastfaktor

In Abbildung 74 (Simulationsreihe 3) und Abbildung 75 (Simulationsreihe 4) wird die Durchbiegung in Feldmitte der Brücke untersucht. Es wird eine deutliche Erhöhung der Durchbiegung bei steigendem Lastfaktor ab Beginn der Belastung nach dem Lastmodell 1 deutlich. Die Simulationsreihe 4 zeigt abermals keine Unterschiede in den Kurvenverläufen.

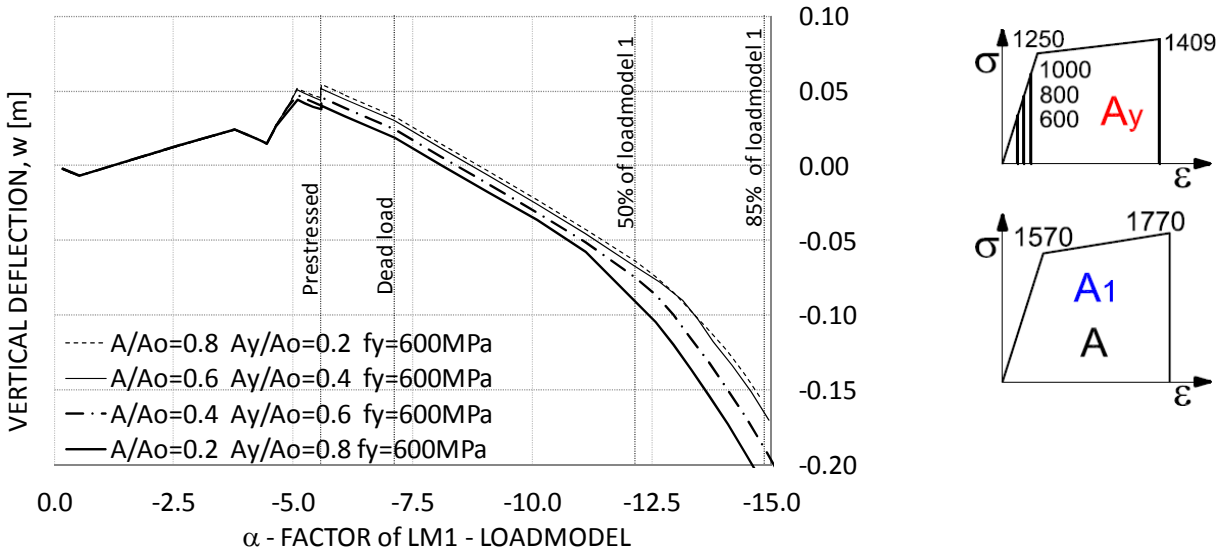


Abbildung 74: Reihe 3 - Durchbiegung des Trägers in Bezug zum Lastfaktor

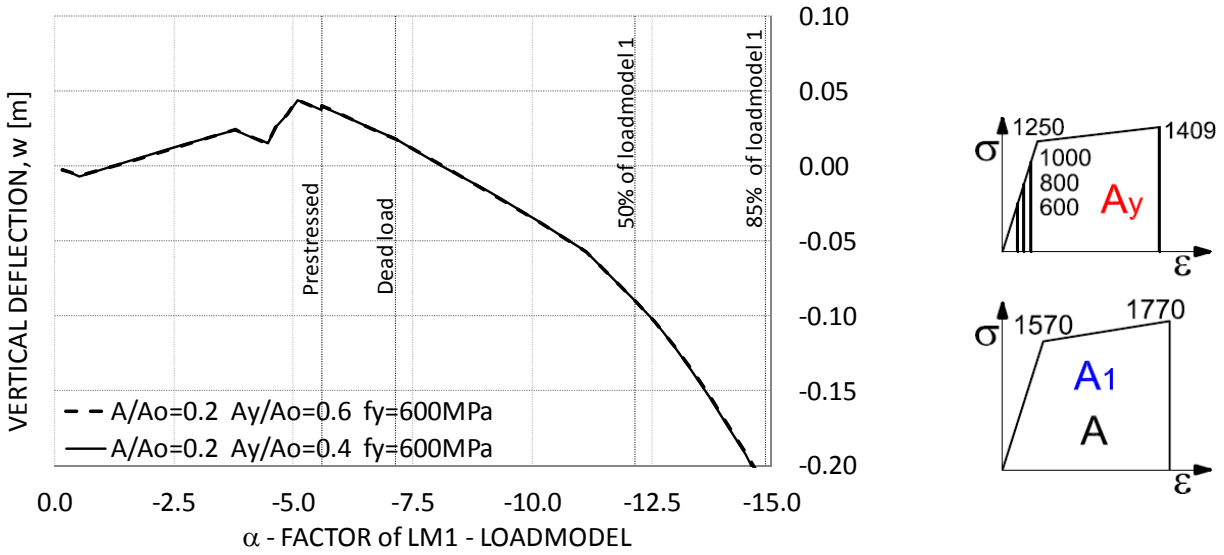


Abbildung 75: Reihe 4 - Durchbiegung des Trägers in Bezug zum Lastfaktor

Abbildung 76 und Abbildung 77 behandeln die Rissweiten für die Simulationsreihen 3 und 4. Bei der Simulationsreihe 4 zeigt sich ein klare Vergrößerung der Rissweiten bei schwindendem Querschnittsverhältnis A/A0. Die vorhin getroffene Aussage, dass die Querschnittsreduktion Ay/A0 keine Änderung der Strukturantwort nach sich zieht, wird durch die Simulationsreihe 4 bestätigt (Abbildung 77).

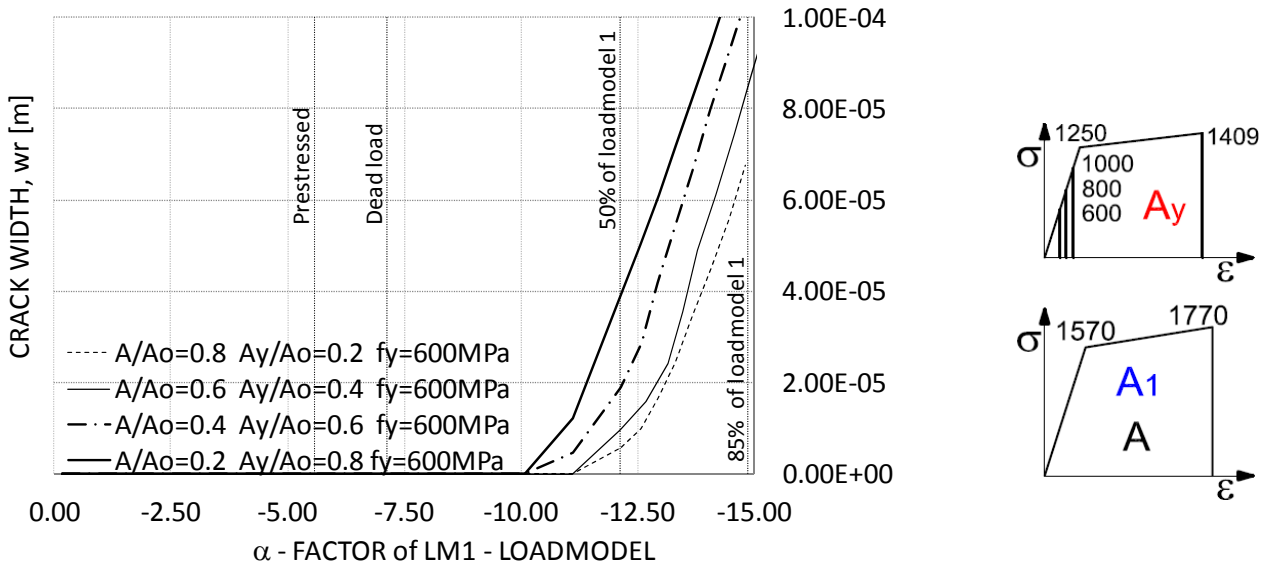


Abbildung 76: Reihe 3 - Rissweiten an der Trägerunterseite in Bezug zum Lastmodell

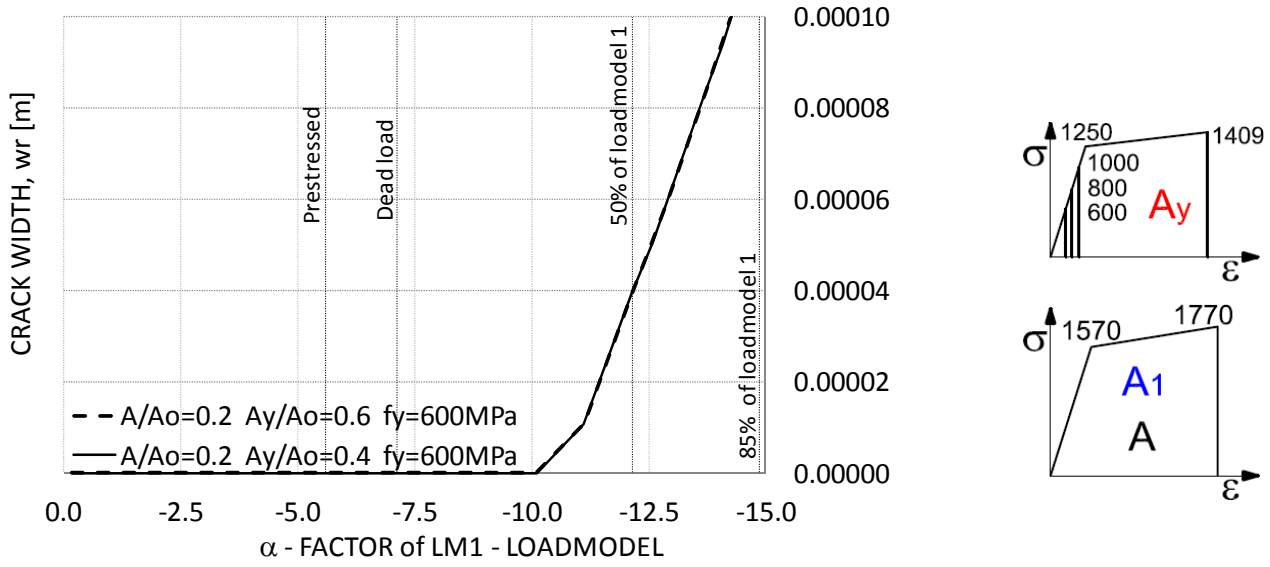


Abbildung 77: Reihe 4 - Rissweiten an der Trägerunterseite in Bezug zum Lastmodell

4.8.4 Darstellung des Simulationsablauf mit Ergebnissen der Simulationen

In den folgenden Abbildungen werden die Ergebnisse der einzelnen Simulationen im Verlauf dargestellt. In den Simulationsreihen 1 und 3 lässt sich deutlich die Querschnittsreduktion bei konstanter Streckgrenze erkennen. Die 2. Simulationsreihe zeigt zusätzlich die gleichzeitige Reduktion der Dehngrenze fy. Die Ergebnisse wird in den Kapiteln 4.8.1 bis 4.8.3 beschrieben, die folgenden Diagramme dienen lediglich als eine andere Darstellungsvariante.

Abbildung 78 zeigt die Normalspannungen an der Balkenoberseite bezogen auf den Simulationsverlauf der Simulationsreihen 1 bis 3.

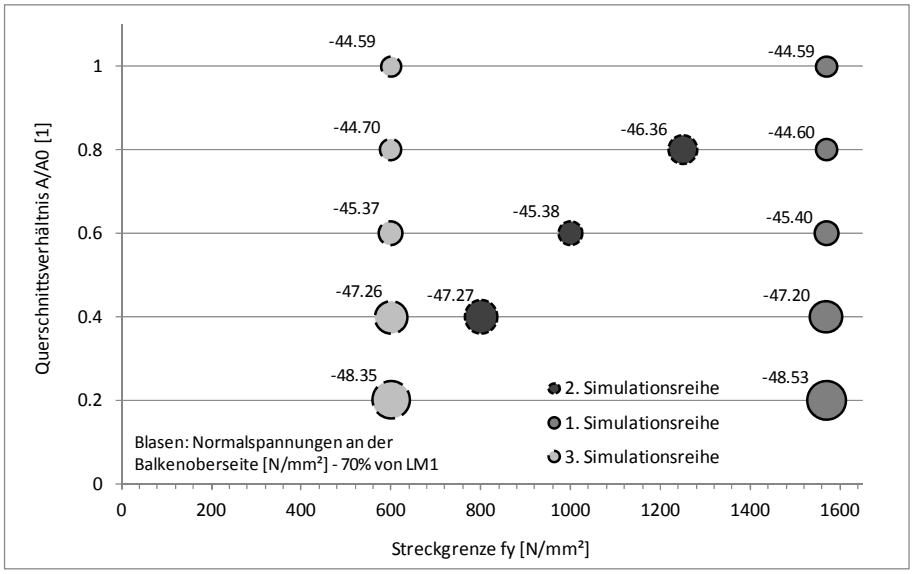


Abbildung 78: Simulationsergebnisse - Normalspannungen an der Balkenoberseite - Belastung: 70% von LM1

Abbildung 79 zeigt den Verlauf der Normalspannung an der Balkenunterseite.

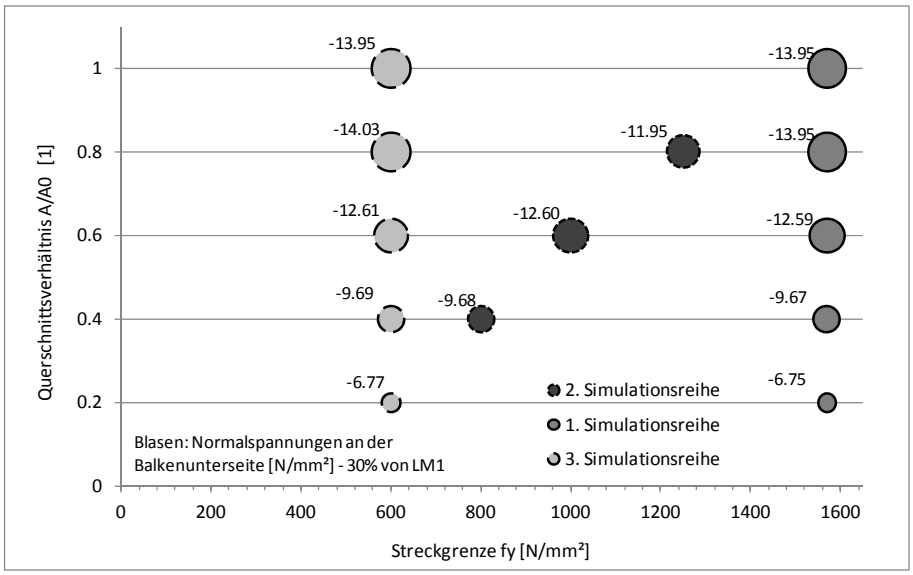


Abbildung 79: Simulationsergebnisse - Normalspannungen an der Balkenoberseite - Belastung: 30% von LM1

Abbildung 80 zeigt die Ergebnisse der Rissweiten der einzelnen Simulationen. Die Belastung wurde mit 70% des Lastmodells angesetzt um einen einfachen Vergleich zu ermöglichen.
Es ist ein deutlich abgestufter Verlauf der Rissweiten erkennbar. Die Ergebnisse werden in den Kapiteln 4.8.1 bis 4.8.3 erläutert

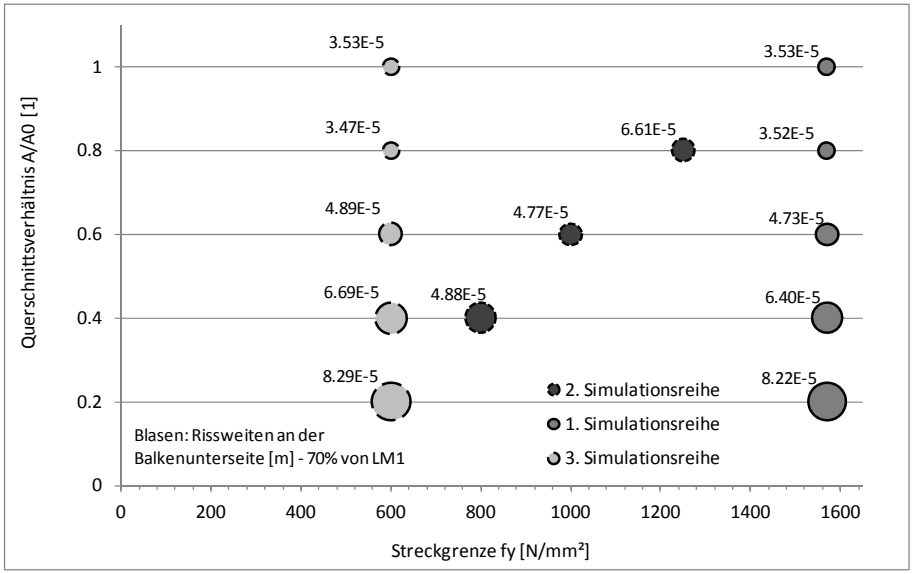


Abbildung 80: Simulationsergebnisse - Rissweiten an der Balkenunterseite - Belastung: 70% von LM1

Abbildung 81 zeigt die Ergebnisse der Durchbiegungen der einzelnen Simulationen. Es ist zwar der Verlauf der Ergebnisse erkennbar, wenn auch nur mit geringen Unterschieden bei den Ergebnissen.

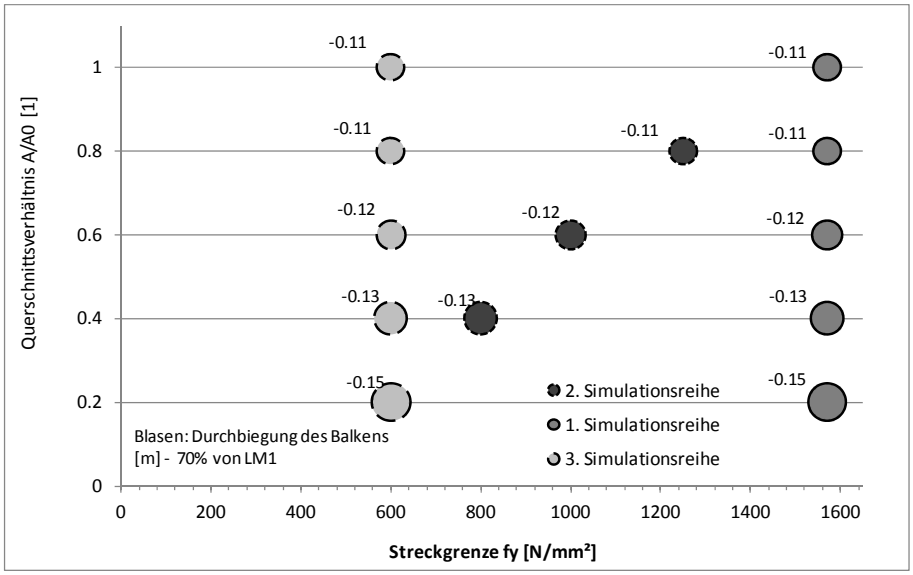
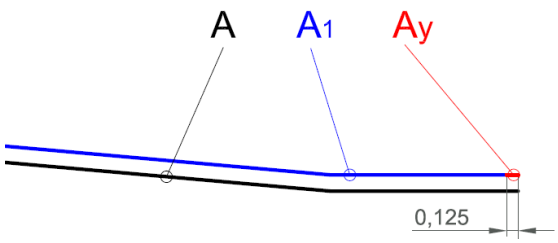


Abbildung 81: Simulationsergebnisse - Durchbiegung des Balkens - Belastung: 70% von LM1

4.9 Detaillierte Untersuchung der Probleme bei der Modellbildung

Die Simulationsreihe 4 zeigte, dass die Reduktion der Teilquerschnittsfläche A_y keinen Einfluss auf das Strukturverhalten hat. Das kann verschiedene Ursachen haben.

Es ist möglich, dass sich der Querschnittes Ay, wie im Ausschnitt aus Abbildung 37 dargestellt, auf Grund der geringen Länge von 125mm nicht ausreichend auf die Strukturantwort auswirkt. Daher sollte die Modellbildung der Korrosion noch einmal überdacht werden und versucht werden den Einflussbereich der Korrosion auszuweiten.



Ausschnitt aus Abbildung 37: Aufteilung der Vorspannglieder in Teilquerschnitte

Bei Betrachtung der Materialmodelle des Vorspannstahls wurde festgestellt, dass die Dehngrenze im Teilquerschnitt A_y möglicherweise schon bei geringerer Belastung mit dem Lastmodell 1 überschritten wird, das Material wie im Spannungs- Dehnungsdiagramm in Abbildung 82 versagt und bei weiterer Laststeigerung keinen Einfluss mehr auf das Verhalten des Balkens hat. Das könnte erklären, warum die Variation der Größe der Querschnittsfläche A_y zu keiner Änderung der Strukturantwort führt.

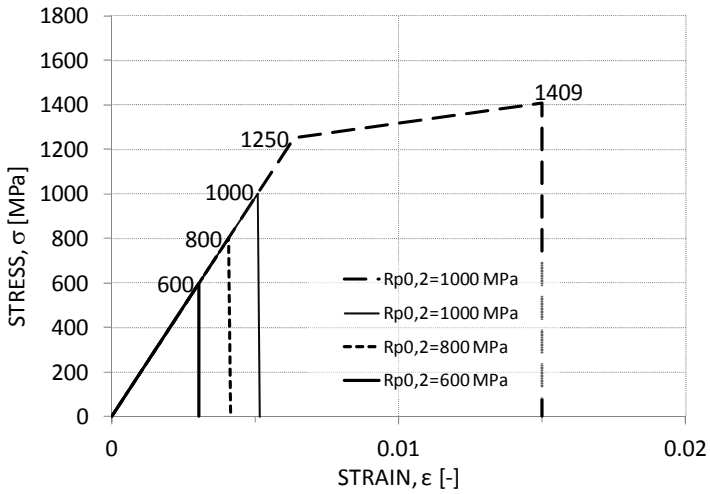


Abbildung 82: : σ-ε Diagramm des Vorspannstahl - gültig für den Querschnitt A_y mit abgeminderter Dehngrenze

Weiters wurde festgestellt, dass die Vorspannung an den Spanngliedern bei der Berechnung der Modelle auf Grund des stumpfen Stoßes der Teilquerschnitte A_1 und A_y, wie in Abbildung 83 ersichtlich, nicht ausreichend berücksichtigt wurde. Als Grund hierfür zeigte sich, dass der 125mm kurze Teil des Spanngliedes nicht direkt als vorgespanntes Kabel in der Berechnung berücksichtigt worden war. Dieses kurze Teilstück ging somit lediglich als normale Bewehrungsstange mit erhöhter Festigkeit im Vergleich zu standardisiertem Bewehrungsstahl in die Berechnung mit ein, was auch die nur geringfügig veränderten Ergebnisse erklärt. Die Vorspannung sollte im selben Verhältnis wie die Querschnittsflächen aufgeteilt und anschließend auf die einzelnen Teilquerschnitte aufgebracht werden.
Dieser Umstand wurde anschließend näher betrachtet und die Vorspannungen neu aufgebracht.

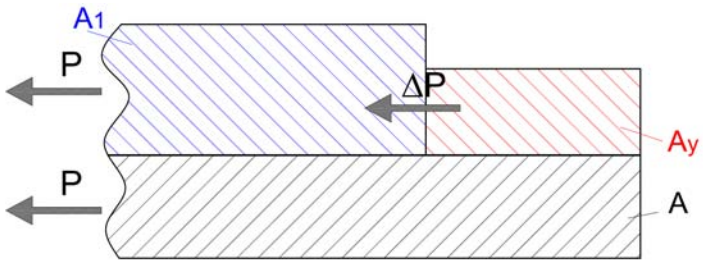


Abbildung 83: Detail A aus Abbildung 37 - Vorspannkräfte - Querschnitt der Spannglieder in Symmetrieebene des Brückenfeldes

Änderung des Materialmodells des Vorspannstahls

Es wurde versucht das Spannungs-Dehnungsverhalten des korrodierten Vorspannstahls, der bei der Querschnittsfläche A_y verwendet wurde, zu ändern und etwaige Abweichungen der Tragfähigkeit der einzelnen Simulationen festzustellen. Dem zuvor linear elastischen Materialmodell wurde ein ausgeprägter plastischer Bereich, der sich bis zu einer Dehnung ε von 4% erstreckt, hinzugefügt (bisherige Materialmodelle → Abbildung 85, neue Modelle → Abbildung 84).

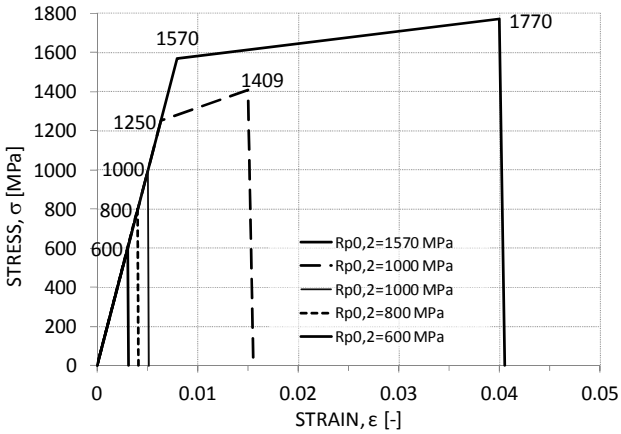


Abbildung 85: σ-ε Diagramm Vorspannstahl

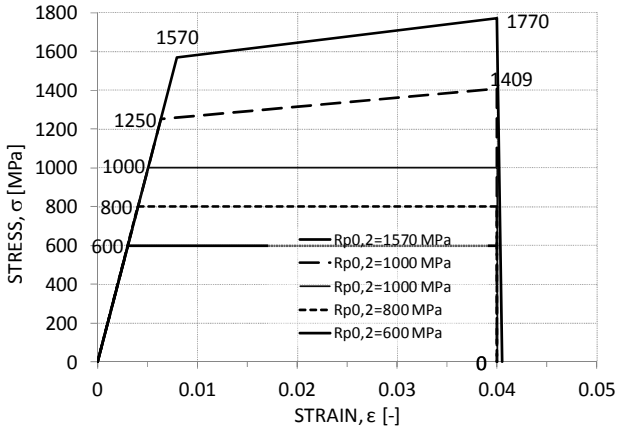


Abbildung 84: σ-ε Diagramm Vorspannstahl

Die Materialmodelle wurden den einzelnen Simulationen angepasst und erneut durchgerechnet. Die Ergebnisse waren aber ernüchternd. Es zeigte sich keine Änderung des Strukturverhaltens, also konnte diese Fehlerquelle bei der Modellbildung ausgeschlossen werden.

Auf die detaillierte Beschreibung der Ergebnisse wurde auf Grund einer fehlenden Verbesserung verzichtet.

4.9.1 Änderung der Vorspannkraft

Nun sollte die Berücksichtigung der Vorspannung der Spannlitzen der Modelle erneut untersucht werden. Die Vorspannung wurde nun auch im kurzen Teilquerschnitt Ay berücksichtigt.

In Abbildung 86 werden die Normalspannungen in den Spanngliedern dargestellt, um die Vorspannung aufzuzeigen. Abbildung 87 zeigt die Normalspannung im kurzen Teilquerschnitt A_y, welcher nun auch mit einer Vorspannung beaufschlagt wurde.

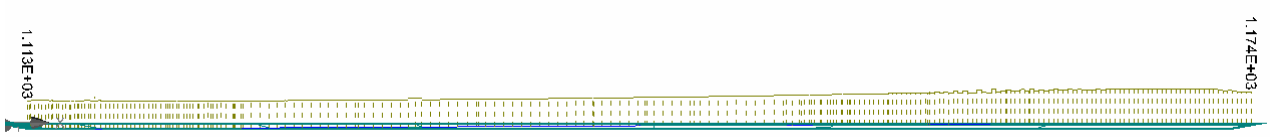


Abbildung 86: Normalspannung σxx in Spannglied Teilquerschnitt A_1 Simulation 10 - LS35 oberste Bewehrungslage (Atena 3D)

Abbildung 87: Normalspannung σxx in Spannglied Teilquerschnitt A_y Simulation 10 - LS35 oberste Bewehrungslage (Atena 3D)

Nach Korrektur der Vorspannkräfte wurden die Simulationsreihe 3 neu berechnet und die Ergebnisse in den Abbildung 88 bis Abbildung 91 dargestellt.

Abbildung 88 zeigt den Verlauf der Normalspannungen an der Trägeroberseite nach Anpassung der Vorspannkräfte. Die Änderung der Modelle brachte eine Überlagerung der Kurvenverläufe und somit nicht den gewünschten Erfolg.

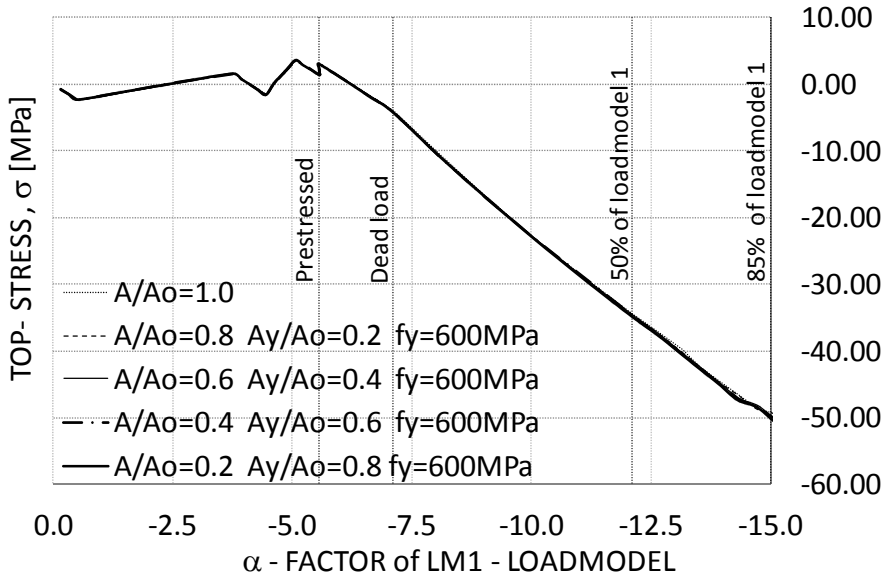


Abbildung 88: Normalspannungen an der Trägeroberseite in Bezug zum Lastfaktor

Abbildung 89 zeigt den Spannungsverlauf an der Unterseite der Struktur. Auch hier zeichnet sich dasselbe Phänomen ab.

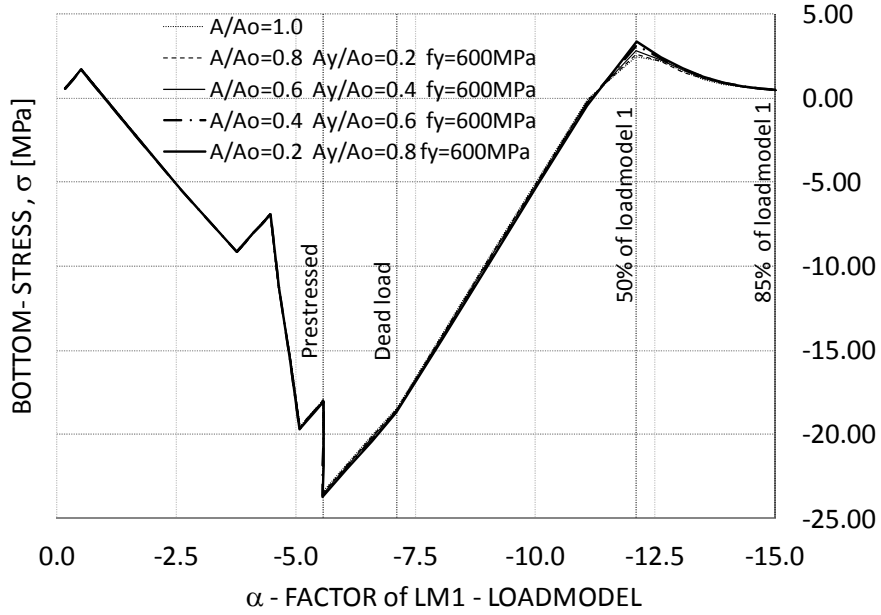


Abbildung 89: Normalspannungen an der Trägerunterseite in Bezug zum Lastfaktor

Abbildung 90 zeigt die Durchbiegung der Struktur bezogen auf den Lastfaktor α. Die Anpassung der Vorspannkräfte im abgeminderten Querschnitt brachte keine Verbesserung des dargestellten Problems.

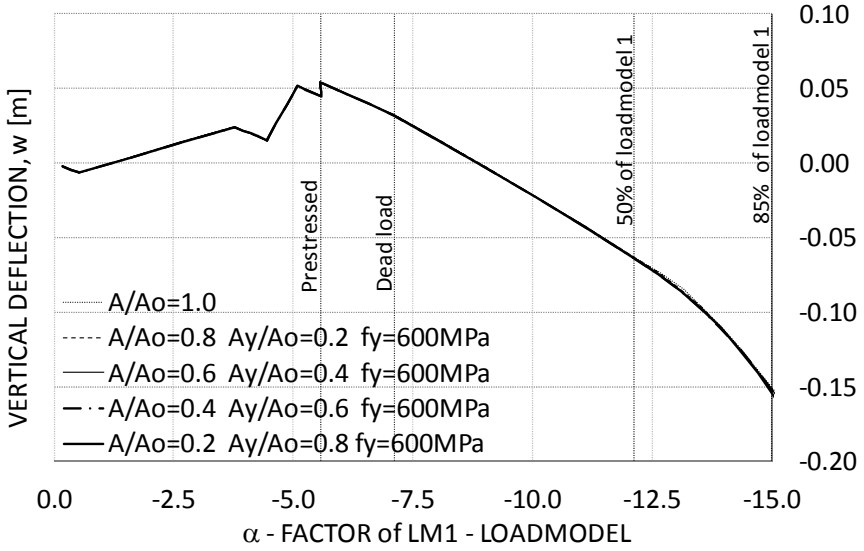


Abbildung 90: Durchbiegung des Trägers in Bezug zum Lastfaktor

Abbildung 91 behandelt die Rissweiten an der Unterseite des Brückenfeldes. Im Vergleich zu den anderen Diagrammen zur Durchbiegung und der Spannungen zeigten sich hier geringe Unterschiede bei den Kurvenverläufen.

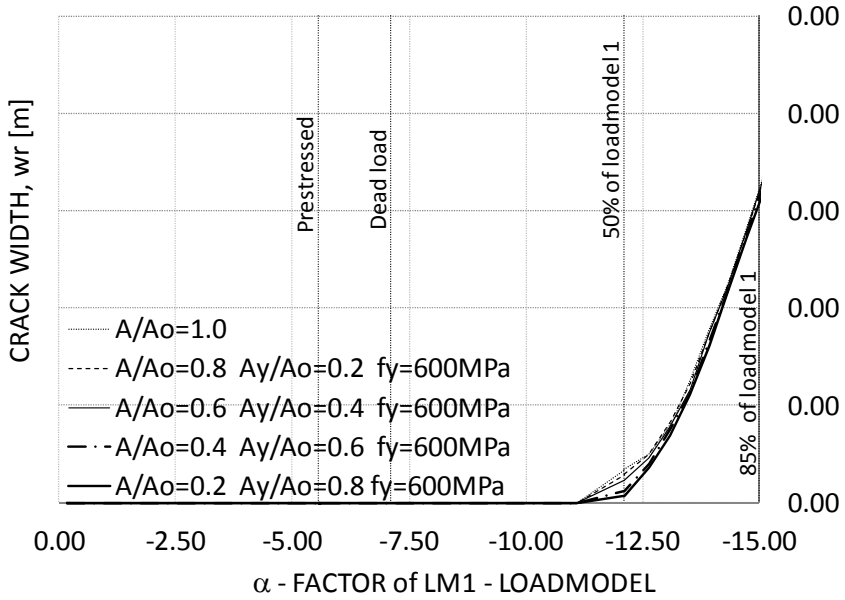


Abbildung 91: Rissweiten an der Trägerunterseite in Bezug zum Lastfaktor

4.10 Schlussfolgerungen

Die Korrektur der Vorspannung brachte also nicht das erwartete Ergebnis. Bei Veränderung des Spanngliedquerschnittes A_y und bei Abnahme der Dehngrenze des Vorspannstahls zeigte sich keine Veränderung des Tragverhaltens der Struktur.
Die Ergebnisse der einzelnen Simulationen sind nahezu ident. Lediglich bei den Rissweiten (Abbildung 91) zeigen sich geringe Unterschiede. Die Anpassung der Dehngrenze und des plastischen Verhaltens des Materialmodells für den Vorspannstahl, der von der Korrosion in Mitleidenschaft gezogen worden ist, zeigte keine Auswirkung auf die Strukturantwort unter Belastung.
Für weitere Untersuchungen, die sich mit dem Tragfähigkeitsverlust von Ingenieurstrukturen beschäftigen, sollte die Modellbildung angepasst werden und eventuell ein größerer Einflussbereich der Korrosion gewählt werden.

Nach Rücksprache mit der Firma Cervenka Consulting und Prof. Dipl.-Ing. Dr. Alfred Strauss kamen alle Beteiligten zum Schluss, dass es ihm Rahmen des verwendeten Software-Pakets mit der hier angewandten Modellierungsmethode nicht möglich ist, diese Problemstellung zur Gänze zu lösen und den gewünschten Effekt der Abnahme der Tragfähigkeit der Gesamtstruktur darzustellen.

5 Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Typische Verhaltensmuster von Ingenieurstrukturen 14

Abbildung 2: Beispiel für lineares Tragverhalten 17

Abbildung 3: Beispiel für das Steifigkeitsverhalten einer Struktur 18

Abbildung 4: Beispiel für geometrisches - nichtlineares Tragverhalten 19

Abbildung 5: a) linear elastisches, gummielastisches und viskoelastisches Materialverhalten ..... b) Spannungs-Dehnungsdiagramm eines auskragenden Balkens mit einem linear elastischen Materialmodell 21

Abbildung 6:a) Beispiel Nichtlinearität in Folge geänderter Randbedingungen b) Darstellung der Ausdehnung im zugehörigen Last-Verformungsdiagramm 22

Abbildung 7: Nichtlineare Lastverformungskurven mit Vor - und Nachbeulbereich 23

Abbildung 8: Diskretisierung eines statischen Systems mit Knotenfreiheitsgraden 24

Abbildung 9: Knoten eines Stabtragwerkes zur Darstellung der Gleichgewichtsfunktion 27

Abbildung 10: Schematisches Last-Verformungsdiagramm einer nichtlinearen Antwort 29

Abbildung 11: Fehler bei konvergierenden Systemen in den Kraft und Weggrößen a) Aufweichendes System b) Versteifendes System.....31

Abbildung 12: Schematische Darstellung eines Last-Verschiebungsdiagramms für ein Standard- Newton-Raphson-Verfahren 32

Abbildung 13: Iterative Lösungsverfahren mit konvergierendem Verhalten a) direkte Iteration b) Newton-Raphson c) modif. Newton-Raphson 33

Abbildung 14: schlechte Kurvenverfolgung bei Newton-Raphson Verfahren 35

Abbildung 15: Bogenlängenverfahren - Iteration entlang der Kurve 35

Abbildung 16: Iterationsarten des Bogenlängenverfahrens 36

Abbildung 17 Beispiel ebener Kreisbogen mit zentrischer Belastung 37

Abbildung 18: Bogengeomtrie - unterschiedliche Höhen 38

Abbildung 19: Lineare Analyse eines Kreisbogens - Abhängigkeit der Durchbiegung vom Radius 38

Abbildung 20: Qualitativer Momentenverlauf eines Kreisbogens unter zentrischer Belastung - Vergleich verschiedener Radien (links kleine Stichhöhe, rechts große Stichhöhe) 39

Abbildung 21: Last-Verschiebungsdiagramm - Geometrisch nichtlineare Analyse eines ebenen Kreisbogens mit einem verhältnismäßig großen Radius 40

Abbildung 22: Last-Verschiebungsdiagramm - Durchschlagsproblem - Geometrisch nichtlineare Analyse eines ebenen Kreisbogens mit einem verhältnismäßig kleinen Radius 41

Abbildung 23: Last-Verschiebungsdiagramm - Geometrisch nichtlineare Analyse eines ebenen Kreisbogens mit einem verhältnismäßig sehr kleinen Radius 44

Abbildung 24: Definition der Stabilität anhand eines Beispiels 45

Abbildung 25: Klassifizierung der Gleichgewichtszustände 45

Abbildung 26: Übersichtsdarstellung Neumarktbrücke in Südtirol.....50

Abbildung 27: Seitenansicht der Neumarktbrücke 51

Abbildung 28: Skizze der Neumarktbrücke über die A22 - Autobahn zwischen Trient und Bozen **(a)** Seitenansicht (von Norden nach Süden), **(b)** Querschnitt (Detail A: Abbildung 32).....52

Abbildung 29: Dokumentierte Schäden: (a) an den Stützen, (b) Hauptfeld der Brücke - Ansicht von unten, (c) Schäden an Abdichtung 53

Abbildung 30: Korrosion am Beispiel von Bewehrungsstangen 54

Abbildung 31: Idealisierung des Brückenquerschnitts in Atena 2D 55

Abbildung 32: Lagerungsbedingungen des Mittelfeldträgers (Zonierung Makroelemente) 56

Abbildung 33: Finites Elemente Netz des Trägers (mit sichtbaren Spanngliedern).....57

Abbildung 34: Detail Lagerbereich - Finite Elemente Netz des Trägers.....57

Abbildung 35: Lage der Monitoring Points 58

Abbildung 36: Auszug aus der Tabelle Monitoring Points.....58

Abbildung 37: Aufteilung der Spannglieder in verschiedene Teilquerschnitte (siehe auch Abbildung 33) 63

Abbildung 38: Querschnitt der Spannglieder in der vertikalen Symmetrielinie des Mittelfeldes 64

Abbildung 39: Spannungs-Dehnungs-Diagramm Vorspannstahl 65

Abbildung 40: Darstellung der Simulationsreihen - Streckgrenze fy bezogen auf das Querschnittsverhältnis A/A0.....67

Abbildung 41: Darstellung des Lastmodells 1 im Grundriss mit drei Fahrspuren.....68

Abbildung 42: Aufbringen der Vorspannung in Schritten a) Loadcase 5, b) Loadcase 6, c) Loadcase 7 70

Abbildung 43: Aufbringen der Verkehrslast.....70

Abbildung 44: Verteilung der Samples - Spannungsverlauf an der Balkenoberseite bezogen auf die Querschnittsreduktion bei abnehmender Dehngrenze des Restquerschnittes im Korrosionsbereich - Simulation 13 74

Abbildung 45: Verteilung der Samples - Spannungsverlauf an der Balkenunterseite bezogen auf die Querschnittsreduktion bei abnehmender Dehngrenze des Restquerschnittes im Korrosionsbereich - Simulation 13 74

Abbildung 46: Verteilung der Samples - Durchbiegung des Balkens bezogen auf die Querschnittsreduktion bei abnehmender Dehngrenze des Restquerschnittes im Korrosionsbereich - Simulation 13 75

Abbildung 47: Verteilung der Samples - Rissweiten an der Balkenunterseite bezogen auf die Querschnittsreduktion bei abnehmender Dehngrenze des Restquerschnittes im Korrosionsbereich - Simulation 13 75

Abbildung 48: Sensitivitätsanalyse - Spannungsverlauf an der Balkenoberseite - Simulation 13 75

Abbildung 49: Sensitivitätsanalyse - Spannungsverlauf an der Balkenunterseite - Simulation 13 75

Abbildung 50: Sensitivitätsanalyse - Durchbiegung des Balkens - Simulation 13.....76

Abbildung 51: Sensitivitätsanalyse - Rissweiten an der Balkenunterseite - Simulation 13.....76

Abbildung 52: Sensitivitätsanalyse Simulation 10 (A/A_0=0,8 Ay/A_0=0,2 f_y=600 MPa) 76

Abbildung 53: Deformierter Zustand 5-fach überhöht, A/A_0=0,6 > f_y=1570 MPa 77

Abbildung 54: Spannungsverlauf an der Balkenoberseite bezogen auf die Lastschritte 79

Abbildung 55: Spannungsverlauf an der Balkenunterseite bezogen auf die Lastschritte 79

Abbildung 56: Durchbiegung berechnet auf der Balkenunterseite in Bezug auf die Lastschritte 80

Abbildung 57: Rissweiten an der Balkenunterseite bezogen auf die Lastschritte 80

Abbildung 59: Spannungsverlauf an der Balkenoberseite bezogen auf die Querschnittsreduktion bei abnehmender Dehngrenze des Restquerschnittes im Korrosionsbereich 82

Abbildung 58: Spannungsverlauf an der Balkenoberseite bezogen auf die Querschnittsreduktion 82

Abbildung 60: Spannungsverlauf an der Balkenunterseite bezogen auf die Querschnittsreduktion 83

Abbildung 61: Spannungsverlauf an der Balkenunterseite bezogen auf die Querschnittsreduktion bei abnehmender Dehngrenze des uerschnittes im Korrosionsbereich 83

Abbildung 62: Durchbiegung des Balkens bezogen auf die Querschnittsreduktion.....84

Abbildung 63: Durchbiegung des Balkens bezogen auf die Querschnittsreduktion bei abnehmender Dehngrenze des Restquerschnittes im Korrosionsbereich 84

Abbildung 64: Rissweiten an der Balkenunterseite bezogen auf die Querschnittsreduktion 85

Abbildung 65: Rissweiten an der Balkenunterseite bezogen auf die Querschnittsreduktion bei abnehmender Dehngrenze des Restquerschnittes im Korrosionsbereich 85

Abbildung 66: Normalspannungen an der Trägeroberseite in Bezug zu den Lastschritten.....88

Abbildung 67: Normalspannungen an der Trägerunterseite in Bezug zu den Lastschritten.....88

Abbildung 68: Durchbiegung des Trägers in Bezug zu den Lastschritten.....89

Abbildung 69: Rissweiten an der Trägerunterseite in Bezug zu den Lastschritten 89

Abbildung 70: Reihe 3 - Normalspannungen an der Trägeroberseite in Bezug zum Lastfaktor 91

Abbildung 71: Reihe 4 - Normalspannungen an der Trägeroberseite in Bezug zum Lastfaktor 91

Abbildung 72: Reihe 3 - Normalspannungen an der Trägerunterseite in Bezug zum Lastfaktor 92

Abbildung 73: Reihe 4 - Normalspannungen an der Trägerunterseite in Bezug zum Lastfaktor 92

Abbildung 74: Reihe 3 - Durchbiegung des Trägers in Bezug zum Lastfaktor 93

Abbildung 75: Reihe 4 - Durchbiegung des Trägers in Bezug zum Lastfaktor 93

Abbildung 76: Reihe 3 - Rissweiten an der Trägerunterseite in Bezug zum Lastmodell 94

Abbildung 77: Reihe 4 - Rissweiten an der Trägerunterseite in Bezug zum Lastmodell 94

Abbildung 78: Simulationsergebnisse - Normalspannungen an der Balkenoberseite - Belastung: 70% von LM1 95

Abbildung 79: Simulationsergebnisse - Normalspannungen an der Balkenoberseite - Belastung: 30% von LM1 95

Abbildung 80: Simulationsergebnisse - Rissweiten an der Balkenunterseite - Belastung: 70% von LM1.....96

Abbildung 81: Simulationsergebnisse - Durchbiegung des Balkens - Belastung: 70% von LM1 96

Abbildung 82: : σ-ε Diagramm des Vorspannstahl - gültig für den Querschnitt Ay mit abgeminderter Dehngrenze 97

Abbildung 83: Detail A aus Abbildung 37 - Vorspannkräfte - Querschnitt der Spannglieder in Symmetrieebene des Brückenfeldes 98

Abbildung 84: σ-ε Diagramm Vorspannstahl 99

Abbildung 85: σ-ε Diagramm Vorspannstahl 99

Abbildung 86: Normalspannung σxx in Spannglied Teilquerschnitt A_1 Simulation 10 - LS35 oberste Bewehrungslage (Atena 3D) 100

Abbildung 87: Normalspannung σxx in Spannglied Teilquerschnitt A_y Simulation 10 - LS35 oberste Bewehrungslage (Atena 3D) 100

Abbildung 88: Normalspannungen an der Trägeroberseite in Bezug zum Lastfaktor.....101

Abbildung 89: Normalspannungen an der Trägerunterseite in Bezug zum Lastfaktor.....101

Abbildung 90: Durchbiegung des Trägers in Bezug zum Lastfaktor.....102

Abbildung 91: Rissweiten an der Trägerunterseite in Bezug zum Lastfaktor 102

6 Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Materialeigenschaften - Beton C60 59

Tabelle 2: Materialeigenschaften - Verschmierte Bewehrung 60

Tabelle 3: Materialeigenschaften - Verankerungsbereich der Spannglieder 60

Tabelle 4: Materialeigenschaften - Spannglieder - nicht korrodiert 61

Tabelle 5: Materialeigenschaften - Spannglieder - korrodiert 61

Tabelle 6: Materialeigenschaften - Stahlplatte 62

Tabelle 7: Querschnittsreduktion der Spannstahlglieder in der Symmetriebene 66

Tabelle 8: Lastmodell 1 - charekteristische Werte 68

Tabelle 9: Lastfälle in Atena 2D 69

Tabelle 10: Lastschritte (Analysis Steps).....71

Tabelle 11: Beton C60.....72

Tabelle 12: Bewehrungsstahl BST 500.....72

Tabelle 13: Spannstahl St 1570/1770.....73

Tabelle 14: Korrelationsbeziehungen.....73

7 Literaturverzeichnis

[1] **Choshen B..:** Reliability-based structural performance indicators: Development and implementation. SIE Concil II : American Society of Civil Engineers, 2012 (laufend).

[2] **ÖNORM EN 1990:** Eurocode 0: Grundlagen der Tragwerksplanung, 2003.

[3] **Tang K. und Melchers R. E.:** Incremental formulation for structural reliability analysis. Civil Engineering Systems., S. 153-158, 01. 09 1988.

[4] **Spaethe G.:** Die Sicherheit Tragender Baukonstruktionen, Gabler Wissenschaftsverlage, 1992.

[5] **Melchers R. E.:** Structural reliability analysis and prediction, John Wiley, University of California, 1999.

[6] **Schneider Jörg.:** Sicherheit und Zuverlässigkeit im Bauwesen, vdf Hochschulverlag AG, 1996.

[7] **ONR 24008:** Bewertung der Tragfähigkeit bestehender Eisenbahn- und Straßenbrücken, Wien, 01.06.2006.

[8] **RVS 13.03.11:** Überwachung, Kontrolle und Prüfung von Kunstbauten (Straßenbrücken), Forschungsgesellschaft Straße - Schiene - Verkehr,Wien, 01.08.1995.

[9] **Starossek U.** Progressiver Kollaps von Bauwerken. *Betonkalender 2008* Part VIII, Ernst & Sohn, Berlin, 2007.

[10] **Goris A. und Hegger J.:** Stahlbetonbau aktuell 2011, Beuth Verlag, 2011.

[11] **Scheer J.:** Versagen von Bauwerken: Hochbauten und Sonderbauwerke, Ernst & Sohn, 2001.

[12] **Ghosn M. und Moses F.** Redundancy in Highway Bridge Superstructures, Transportation Research Board, 1998.

[13] **Corotis R., Schuëller G. I. und Shinozuka M.:** Structural Safety and Reliability: Proceedings *of the 8th International Conference on Structural Safety and Reliability*, California, Taylor & Francis, 2001.

[14] **Björnsson Í.:** Robust design of Bridges, Department of Structural Engineering, Lund, 2010.

[15] **Petersen C.:** Statik und Stabilität der Baukonstruktionen, Vieweg Verlagsgesellschaft, 1982.

[16] **Marti K.:** Stochastic Optimization Methods, Springer, München, 2008.

[17] **LRFD.** Standard for Load and Resistance Factor Design, American Society of Civil Engineers, 1996.

[18] **ÖNORM EN 1991 - ÖNORM EN 1998:** Eurocode 1 - Eurocode 8: Einwirkungen, Entwurf, Berechnung und Bemessung von Bauwerken, 2003-2012.

[19] **Meskouris K.:** Nichtlineare Finite-Element-Methoden, Lehrstuhl für Baustatik und Baudynamik, RWTH Aachen, 2010.

[20] **Dinkler D.:** Grundlagen der Baustatik: Modelle und Berechnungsmethoden für ebene Stabtragwerke, Springer, 2012.

[21] **Marti P.:** Baustatik, John Wiley & Sons, 2012.

[22] **Rubin H.:** Baustatik ebener Stabwerke. *Stahlbau-Handbuch, Band 1, Teil A.,* Stahlbau-Verlags GmbH, 1993.

[23] **Girkmann K.:** Flächentragwerke, Springer, University of California, 1959.

[24] **Könke C.:** Skriptum zur Veranstaltung Baumechanik 5, Institut für Baustatik - Fakultät für Bauingenieurwesen -, Universität Weimar, 2005.

[25] **Werner E., et al.:** Fragen und Antworten zu Werkstoffen, Springer-Lehrbuch Verlag, 2010.

[26] **Wriggers P.:** Nichtlineare Finite-Element-Methoden, Springer Verlag, 2001.

[27] **Beer G.:** Statik der Tragwerke, Institut für Baustatik, Technische Universität Graz, 2004.

[28] **Groth C. und Müller G.:** FEM für Praktiker: Grundlagen, 5. Auflage, Expert Verlag, 2007.

[29] **Meskouris K.:** Nichtlineare Finite-Element-Methoden, RWTH Aachen, 2010.

[30] **Cervenka V. und Pukl R.:** Computer Models of Concrete Structures, *Structural Engineering International,* International Association for Bridge and Structural Engineering, 1992.

[31] **Rust W.:** Nichtlineare Finite-Elemente-Berechnungen - Kontakt, Geometrie, Material; Vieweg+Teubner, Hannover, 2011.

[32] **Schweizerhof K.:** Quasi-Newton-Verfahren und Kurvenverfolgungsalgorithmen für die Lösung nichtlinearer Gleichungssysteme in der Stukturmechanik, Karlsruhe, 1989.

[33] **Klein B.:** Grundgleichungen der nichtlinearen Finite-Element-Methode, Springer Verlag, 2007.

[34] **Zhang Ch.:** Skriptum zu Baustatik, Institut für Baustatik,Universität Siegen, 2012

[35] **Pukl R., et al.:** An advanced engineering software for probabilistic-based assessment of concrete structures using nonlinear fracture mechanics, ICASP 9, Millpress, San Francisco, 2003.

[36] **Cervenka V. und Pukl R.:** ATENA – ein Werkzeug für wirklichkeitsnahe Berechnungen von Stahlbetonstrukturen, Ernst & Sohn Verlag, Prag, 2007.

[37] **Zdeněk P. Bažant B. H. Oh.:** Materials and Structures, Crack Band Theory for Fracture of Concrete, S. 155–177, Springer Verlag, Illinois, 1983.

[38] **Menétrey P. und Willam K.J.:** Triaxial failure criterion for concrete and its generalization, *ACI Structural Journal 92.* No. 3, S. 311–318, 1995.

[39] **Cervenka V. und Pukl R.:** Cervenka Consulting, [Online] http://www.cervenka.cz., 2007

[40] **Wendner R., Strauss A., Guggenberger T., Bergmeister K., Teply B.:** Ansatz zur Beurteilung von chloridbelasteten Stahlbetonbauwerken mit Bewertung der Restlebensdauer, Department für Bautechnik und Naturgefahren, Universität für Bodenkultur, Wien, 2010.

[41] **Deutsches Institut für Bautechnik:** Allgemeine bauaufsichtliche Zulassung - Spannstahllitzen St 1570/1770, Bautechnisches Prüfamt, Berlin, 2011.

[42] **Strauss A., Wendner R., Bergmeister K. und Costa.:** Numerically and Experimentally based Reliability Assessment of a Concrete Bridge subjected to Chloride induced Deterioration, Departement für Bautechnik und Naturgefahren, Universität für Bodenkultur, Wien, 2011.

[43] **Cervenka V., Jendele L. und Cervenka J.:** ATENA Program Documentation, Part I, Theorie, Prag, 2007.

[44] **ÖNORM EN 1991-2:** Eurocode 1: Einwirkungen auf Tragwerke, 2011.

[45] **Strauss A.:** Stochastische Modellierung und Zuverlässigkeit von Betonkonstruktionen, Department für Bautechnik und Naturgefahren, Universität für Bodenkultur, Wien, 2003.

[46] **Krätzig W. B., Harte R., Meskouris K., Udo Wittek:** Tragwerke 2: Theorie Und Berechnungsmethoden Statisch Unbestimmter Stabtragwerke, Gabler Wissenschaftsverlage, 2004.

Thomas Wischenbart 3325 Ferschnitz Schulstraße 17
thomas.wischenbart@gmail.com ☎ +43 664 5897960

LEBENSLAUF

Thomas Wischenbart

PERSÖNLICHE DATEN

geboren am 18. März 1983 in Amstetten
österreichischer Staatsbürger, römisch-katholisch
Vater: Mag. Alois Wischenbart, Finanzleiter Umdasch AG
Mutter: Gertraud Wischenbart, Hausfrau
Geschwister: Eva, Christoph, Lukas

AUSBILDUNG

derzeit	Masterstudium Kulturtechnik und Wasserwirtschaft
9/2005 – 11/2009	Bachelorstudium Kulturtechnik und Wasserwirtschaft Universität für Bodenkultur, Wien
1997 - 2003	HTL Waidhofen / Ybbs Wirtschaftsingenieurwesen – Maschinenbau
1993 - 1997	Bundesgymnasium Amstetten
1989 - 1993	Volksschule Ferschnitz

BERUFSERFAHRUNG/PRAKTIKA

7 – 9/2011	Teerag-Asdag AG Erstellen von Ausgangsrechnungen / Nachkalkulation Baustelle: Brücken- und Autobahnsanierung A1 Baulos Auhof
7 – 9/2010	Teerag-Asdag AG - Mitarbeit in der Bauleitung / Vertretung des Bauleiters - Baustelle: Autobahn A1 Generalsanierung Baulos Auhof
8 – 9/2009	Österreichische Bundesforste AG - Vermessung und Rekonstruktion der Eigentumsgrenzen
9/2008 – 3/2009	Pfeiller & Lang ZT für Wasserwirtschaft u. Bauingenieurwesen - Teilzeitangestellter, Planung
7 – 8/2008	Ingenieurkanzlei für Wasserwirtschaft ZT – GmbH Amstetten - Planung von wasserbaulichen Maßnahmen
1/2007 – 4/2008	Purator - Wallner & Neubert GesmbH - Technischer Angestellter auf Werksvertragsbasis – Teilzeit Planung von abwassertechnischen Einrichtungen

7 – 8/2006	Doka Schalungstechnik, Produktion
5/2004 – 10/2005	VA TECH T&D GmbH - Technischer Angestellter im Geschäftsbereich Leitungsbau - Statische Berechnungen und Planung von Stahlgittermasten, Funktürmen und Portalen, Erstellen von Konstruktionszeichnungen, Projektabwicklung
7 – 8/2003	Wittur GmbH - F&E Aufzugskomponenten, Konstruktion
7/2002	Doka Schalungstechnik - Planungsbüro
7/2001	Umdasch AG , Produktion
7/2000	Umdasch AG , Produktion
8/1999	Doka Schalungstechnik, Eingangsprüfung
PRÄSENZDIENST	09/2003 – 04/2004
SPRACHKENNTNISSE	Englisch in Wort und Schrift Grundkenntnisse in Spanisch
EDV-KENNTNISSE	sehr gute MS-Office und Auto CAD – Kenntnisse, Kenntnisse in Geosi (Vermessungstechnik), SCIA.ESA (Berechnen und Planen von Ingenieurbaustrukturen) u. ArcGIS (Geoinformationssysteme) Kenntnisse in Atena (Nichtlineare FEM-Software)
BESONDERE KENNTNISSE	ÖVQ - Qualitätstechniker QII Zertifikat - ISO 9001

Wien, Juni 2012